一般物理学　練習問題

～力学～

略解 例題01 - 21

01

(1) $v = \dfrac{dx}{dt}$ $\left[\dfrac{L}{T}\right]$

(2) $v = \dfrac{dv}{dt}$ $\left[\dfrac{\frac{L}{T}}{T}\right] = \left[\dfrac{L}{T^2}\right]$

(3) $ma = F$

$$[M]\left[\frac{L}{T^2}\right] = \left[\frac{ML}{T^2}\right]$$

(4) $\dfrac{1}{2}mv^2$

$$[M]\left(\left[\frac{L}{T}\right]\right)^2 = \left[\frac{ML^2}{T^2}\right]$$

$$\left[\frac{ML}{T^2}\right][L] = \left[\frac{ML^2}{T^2}\right]$$

(5) mv

$$[M]\left[\frac{L}{T}\right] = \left[\frac{ML}{T}\right]$$

$$\left[\frac{ML}{T^2}\right][T] = \left[\frac{ML}{T}\right]$$

(6) v

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

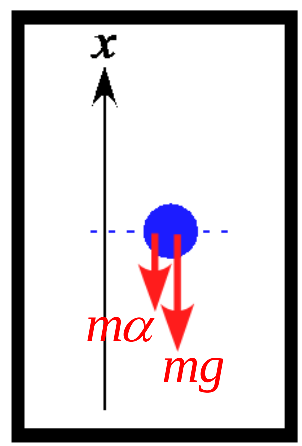
$$\vec{r} \times m\vec{v}$$

$$\vec{r} \times \vec{F}$$

$$[L][M]\left[\frac{L}{T}\right] = \left[\frac{ML^2}{T}\right]$$

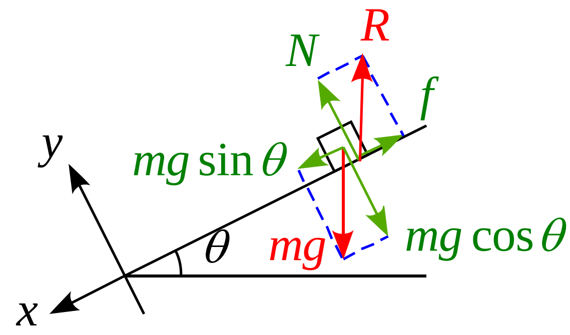
$$[L]\left[\frac{ML}{T^2}\right] = \left[\frac{ML^2}{T^2}\right]$$

02 (1) 作図



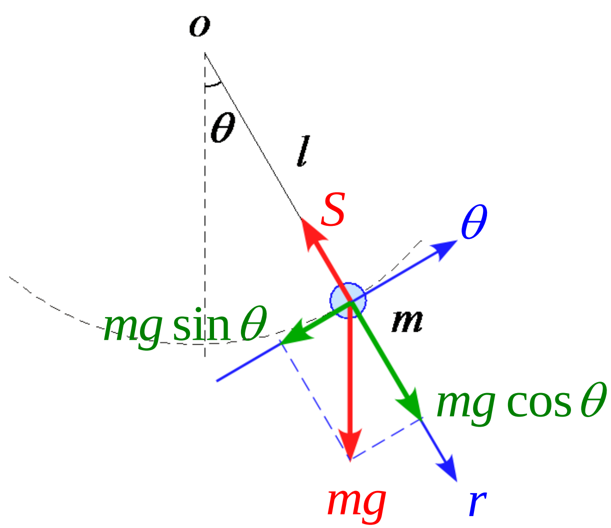
$$ma = -m\alpha - mg$$

(2) 作図



$$ma = mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta$$

(3) 作図



$$ma_r = mg\cos\theta - S$$

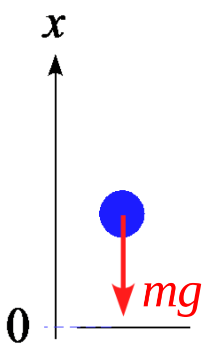
$$ma_\theta = -mg\sin\theta$$

03

(1) $\left|\vec{N}\right| = xF\sin\theta$

(2) $\left|\vec{N}\right| = xF_y - yF_x$

04 (1) 作図



(2) 運動方程式 $ma = -mg$

(3) $v(t) = -gt + v_0$

(4) $x(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t$

(5) $t_1 = \dfrac{2v_0}{g}$

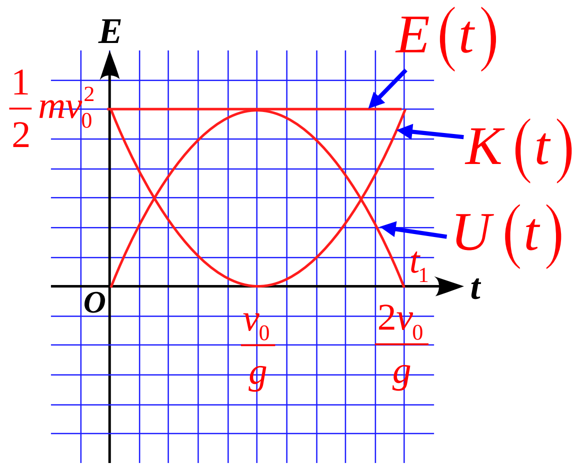
(6)

$$K(t) = \frac{1}{2}mg^2t^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 - mgv_0 t$$

(7) $U(t) = -\dfrac{1}{2}mg^2t^2 + mgv_0 t$

(8) $E(t) = K(t) + U(t) = \dfrac{1}{2}mv_0^2$

(9)



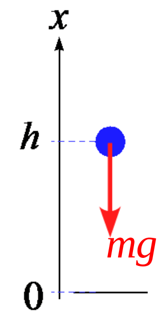
(10) $v(t_1) = -v$

(11) $ma = F$

(12) $I = 2mv_0$

05

(1) 作図

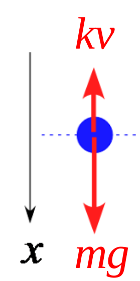


(2) 運動方程式 $ma = -mg$

(3) 略

06

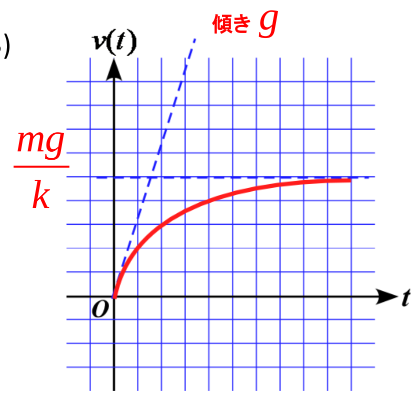
(1) 作図



(2) 運動方程式 $ma = mg - kv$

06

(3)



(4) $v(\infty)=\dfrac{mg}{k}$

07

(1)

$$ma=mg\sin\theta-\mu_k mg\cos\theta$$

(2) 一部略

$$a=g\sin\theta-\mu_k g\cos\theta$$

(3)

$$W_{摩}=-\mu_k mg\cos\theta L$$

08

(1)

$$\vec{N}_m=\begin{pmatrix}0\\0\\xmg\end{pmatrix}$$

$$\vec{N}_M=\begin{pmatrix}0\\0\\-(L-x)Mg\end{pmatrix}$$

$$\vec{N}_{棒}=\begin{pmatrix}0\\0\\\left(x-\frac{L}{2}\right)mg\end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix}\frac{dL_x}{dt}\\\frac{dL_y}{dt}\\\frac{dL_z}{dt}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\xmg-(L-x)Mg+\left(x-\frac{L}{2}\right)mg\end{pmatrix}$$

(3)

$$x=\frac{m+2M}{2(M+2m)}L$$

09

(1) 略

(2) 略

(3) $\left|\vec{a}\right|=\dfrac{v_0^2}{r_0^2}$

10

(1)

$$ma_r=mg\cos\theta-T$$
$$ma_\theta=-mg\sin\theta$$

(2) $T_B=3mg$

(3) $T_C=3mg\cos\theta_C$

11

(1)

$$ma_r=mg\cos\theta-T$$
$$ma_\theta=-mg\sin\theta$$

(2) $v_0\geq\sqrt{5gr}$

(5)

時刻 t_1 で再び戻ってくるので

$$x(t_1)=\left(-\frac{1}{2}gt_1+v_0\right)t_1=0$$

$$-\frac{1}{2}gt_1+v_0=0$$

$$t_1=\frac{2v_0}{g}$$

(6,7,8)

運動方程式の両辺を x で積分すると

$$m\frac{dv}{dt}=-mg$$

$$\int m\frac{dv}{dt}dx=\int(-mg)dx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt=\int(-mg)dx$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)dt=\int(-mg)dx$$

$t=0$ で $v=v_0, x=0$

$t=t$ で $v=v(t), x=x(t)$

$$\left[\frac{1}{2}mv^2\right]_{v_0}^{-gt+v_0}=\left[-mgx\right]_0^{-\frac{1}{2}gt^2+v_0t}$$

$$\frac{1}{2}m(-gt+v_0)^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$=-mg\left(-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\right)-(-mg\cdot 0)$$

$$\boxed{\frac{1}{2}m(-gt+v_0)^2}+\boxed{mg\left(-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\right)}=\frac{1}{2}mv_0^2$$

運動エネルギー　位置エネルギー

従って、$K(t), U(t), E(t)$ は

(6) $K(t)=\frac{1}{2}mg^2t^2+\frac{1}{2}mv_0^2-mgv_0t$

(7) $U(t)=-\frac{1}{2}mg^2t^2+mgv_0t$

(8) $E(t)=K(t)+U(t)=\frac{1}{2}mv_0^2$

となり、$E(t)$ は定数であり、時間に依存しない。

(10)

再び戻ってくる時刻 t_1 の速度は

$$v(t_1)=-gt_1+v_0=-g\left(\frac{2v_0}{g}\right)+v_0$$

$$=-v_0$$

(11)

運動方程式は

$$ma=F-mg$$

と表される

$mg\ll F$ なので

$$ma=F$$

(12)

運動方程式を変形すると

$$m\frac{dv}{dt}=F$$

$$\frac{d}{dt}(mv)=F$$

両辺を t で積分すると

$$\int\frac{d}{dt}(mv)dt=\int Fdt$$

衝突後の速度を v' とすると

運動量と力積の関係は

$$[mv]_{v_1}^{v_1'}=\int Fdt$$

$$mv_1'-mv_1=\int Fdt$$

$$mv_0-m(-v_0)=\int Fdt$$

$$I=2mv_0$$

解説 - 5

(3)

運動方程式を x で積分すると

$$ma = -mg$$

$$m\frac{dv}{dt} = -mg$$

$$\int m\frac{dv}{dt}dx = \int(-mg)dx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt = \int(-mg)dx$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)dt = \int(-mg)dx$$

$t=0$ で $v=0, x=h$

$t=t$ で $v=v(t), x=x(t)$

$$\left[\frac{1}{2}mv^2\right]_0^{v(t)} = \left[-mgx\right]_h^{x(t)}$$

$$\frac{1}{2}mv(t)^2 - \frac{1}{2}m\cdot 0^2 = -mgx(t) - (-mgh)$$

$$\frac{1}{2}mv(t)^2 + mgx(t) = mgh$$

従って、

$$E(t) = \frac{1}{2}mv(t)^2 + mgx(t) = mgh$$

となり、$E(t)$ は一定値 mgh で時間に依らず保存している。

解説 - 6

(3, 4)

与式から加速度 $a(t)$ を計算する

$$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$a(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left[\frac{mg}{k} - \frac{mg}{k}e^{-\frac{k}{m}t}\right]$$

$$= -\frac{mg}{k}\left(-\frac{k}{m}\right)e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$= ge^{-\frac{k}{m}t}$$

グラフを描く時、特別な値を計算し概形を考える

$$v(0) = \frac{mg}{k}\left(1-e^{\frac{k}{m}\cdot 0}\right) = 0$$

$$v(\infty) = \frac{mg}{k}\left(1-e^{\frac{k}{m}\cdot\infty}\right)$$

$$= \frac{mg}{k}(1-0) = \frac{mg}{k}$$

$$a(0) = ge^{-\frac{k}{m}\cdot 0} = g$$

$$a(\infty) = ge^{-\frac{k}{m}\cdot\infty} = 0$$

解説 - 7

(2)

$$ma = mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta$$

$$a = g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta$$

$g, \theta\mu_k$ はいずれも定数である。従って、a も定数であり、この運動は等加速度運動と言える。

(3)

運動方程式を x で積分すると

$$m\frac{dv}{dt} = mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta$$

$$\int m\frac{dv}{dt}dx = \int(mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta)dx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt = \int(mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta)dx$$

$t=0$ で $v=v_0, x=0$

$t=t'$ で $v=v_1, x=L$

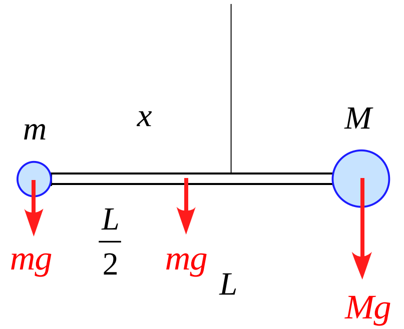
$$\left[\frac{1}{2}mv^2\right]_{v_0}^{v_1} = \left[mg\sin\theta x - \mu_k mg\cos\theta x\right]_0^L$$

$$\frac{1}{2}mv_{v_0}^2 - \frac{1}{2}mv_{v_1}^2 = mgL\sin\theta \boxed{-\mu_k mgL\cos\theta}$$

摩擦力がした仕事

従って

$$W_{摩} = -\mu_k mgL\cos\theta$$



(1)

質量 m, M 及び棒についてそれぞれ $1,2,3$ とすると

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} L-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -Mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_3 = \begin{pmatrix} -\left(x-\frac{L}{2}\right) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

それぞれの外積を計算すると

$$\vec{N}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ xmg \end{pmatrix}$$

$$\vec{N}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} L-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -Mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -(L-x)Mg \end{pmatrix}$$

$$\vec{N}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -\left(x-\frac{L}{2}\right) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(x-\frac{L}{2}\right)mg \end{pmatrix}$$

(2)

全モーメントは

$$\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ xmg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -(L-x)Mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(x-\frac{L}{2}\right)mg \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ xmg-(L-x)Mg+\left(x-\frac{L}{2}\right)mg \end{pmatrix}$$

回転の運動方程式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dL_x}{dt} \\ \frac{dL_y}{dt} \\ \frac{dL_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ xmg-(L-x)Mg+\left(x-\frac{L}{2}\right)mg \end{pmatrix}$$

(3)

Z 成分において

$$\frac{dL_z}{dt} = xmg-(L-x)Mg+\left(x-\frac{L}{2}\right)mg = 0$$

$$xmg - LMg + xMg + xmg - \frac{L}{2}mg = 0$$

$$x = \frac{m+2M}{2(M+2m)}L$$

(1)

内積を計算し、ゼロになることを示すことで直交を示す

$\vec{r},\vec{v}$ それぞれについて自身の内積をとると

$$\begin{aligned}\vec{r}\cdot\vec{r} &= |\vec{r}||\vec{r}|\cos\theta \\ &= |\vec{r}||\vec{r}|\cos 0 \\ &= |\vec{r}|^2\cdot 1 \\ &= r_0^2 \quad \text{(等速円運動より)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v}\cdot\vec{v} &= |\vec{v}||\vec{v}|\cos\theta \\ &= |\vec{v}||\vec{v}|\cos 0 \\ &= |\vec{v}|^2\cdot 1 \\ &= v_0^2 \quad \text{(等速円運動より)}\end{aligned}$$

$\vec{r}\cdot\vec{r} = r_0^2$ の両辺を t で微分すると

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}\cdot\vec{r}) = \frac{d}{dt}(r_0^2)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt}\cdot\vec{r} + \vec{r}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r_0^2)$$

$$2\vec{r}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = 0$$

$$\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$$

従って、$\vec{r}$ と $\vec{v}$ は直交している

(2)

$\vec{v}\cdot\vec{v} = v_0^2$ の両辺を t で微分すると

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{v}) = \frac{d}{dt}(v_0^2)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{r} + \vec{v}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_0^2)$$

$$2\vec{v}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = 0$$

$$\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$$

従って、$\vec{r}$ と $\vec{a}$ は直交している

(3)

$\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$ の両辺を t で微分すると

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}\cdot\vec{v}) = 0$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt}\cdot\vec{v} + \vec{r}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

$$\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{r}\cdot\vec{a} = 0$$

$$v_0^2 + \vec{r}\cdot\vec{a} = 0$$

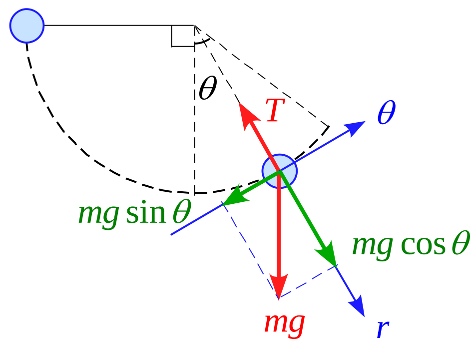
$$\vec{r}\cdot\vec{a} = -v_0^2$$

$$|\vec{r}||\vec{a}|\cos\theta = -v_0^2$$

$$|\vec{r}||\vec{a}|\cos 0 = v_0^2 \quad (\theta = 0 \text{ より})$$

$$|\vec{r}||\vec{a}|\cdot 1 = v_0^2$$

$$|\vec{a}| = \frac{v_0^2}{|\vec{r}|} = \frac{v_0^2}{r_0^2}$$



(1)

$$ma_r = mg\cos\theta - T$$

$$ma_\theta = -mg\sin\theta$$

(2)

a_r, a_θ をそれぞれに代入すると

$$m\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = mg\cos\theta - T$$

$$m\left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right] = -mg\sin\theta$$

$r = l$ で一定なので$\dfrac{dr}{dt} = 0$

$$-ml\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = mg\cos\theta - T$$

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta$$

ここで、v_θ から

$$v_\theta = l\frac{d\theta}{dt} \quad より \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_\theta}{l},$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v_\theta}{l}\right) = \frac{1}{l}\frac{dv_\theta}{dt}$$

θ 方向の運動方程式より

$$ml\frac{1}{l}\frac{dv_\theta}{dt} = -mg\sin\theta$$

$$m\frac{dv_\theta}{dt} = -mg\sin\theta$$

$ld\theta$ で積分すると

$$\int m\frac{dv_\theta}{dt}ld\theta = \int(-mg\sin\theta)ld\theta$$

$$\int m\frac{dv_\theta}{dt}l\frac{v_\theta}{l}dt = \int(-mg\sin\theta)ld\theta$$

$$\int mv_\theta\frac{dv_\theta}{dt}dt = \int(-mgl\sin\theta)d\theta$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\theta^2\right)dt = \int(-mgl\sin\theta)d\theta$$

$t = 0$ で $\theta = -\dfrac{\pi}{2}, v_\theta = 0$

$t = t_B$ で $\theta = 0, v_\theta = v_B$

$$\left[\frac{1}{2}mv_\theta^2\right]_0^{v_B} = mgl\left[\cos\theta\right]_{-\frac{\pi}{2}}^0$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}m\cdot 0^2 = mgl\left[\cos 0 - \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgl(1-0)$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgl$$

$$v_B = \sqrt{2gl}$$

r 方向の運動方程式より

$$-ml\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = mg\cos\theta - T$$

$$T = mg\cos\theta + ml\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$$= mg\cos\theta + ml\left(\frac{v_\theta}{l}\right)^2$$

$$= mg\cos\theta + m\frac{v_\theta^2}{l}$$

点Bで $\theta = 0, v_\theta = v_B$

$$T_B = mg\cos 0 + m\frac{v_B^2}{l}$$

$$= mg + m\frac{\left(\sqrt{2gl}\right)^2}{l}$$

$$= mg + m\frac{2gl}{l}$$

$$= 3mg$$

(3)

$$\int \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\theta^2\right)dt = \int(-mgl\sin\theta)\,d\theta$$

$t=0$ で $\theta = -\dfrac{\pi}{2}, v_\theta = 0$

$t=t_C$ で $\theta=\theta, v_\theta = v_C$

$$\left[\frac{1}{2}mv_\theta^2\right]_0^{v_C} = mgl\left[\cos\theta\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta}$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}m\cdot 0^2 = mgl\left[\cos\theta - \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgl\cos\theta$$

$$v_C = \sqrt{2gl\cos\theta}$$

r 方向の運動方程式より

$$T = mg\cos\theta + m\frac{v_\theta^2}{l}$$

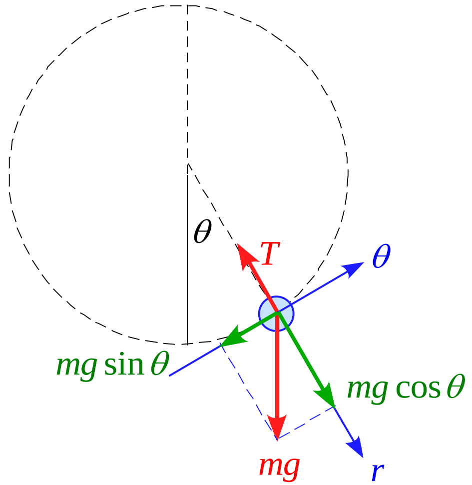
点Cで $\theta=\theta_C, v_\theta = v_C$

$$T_C = mg\cos\theta_C + m\frac{v_C^2}{l}$$

$$= mg\cos\theta_C + m\frac{\left(\sqrt{2gl\cos\theta_C}\right)^2}{l}$$

$$= mg\cos\theta_C + m\frac{2gl\cos\theta_C}{l}$$

$$= 3mg\cos\theta_C$$



(1)

$$ma_r = mg\cos\theta - T$$

$$ma_\theta = -mg\sin\theta$$

(2)

a_r, a_θ をそれぞれに代入すると

$$m\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = mg\cos\theta - T$$

$$m\left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right] = -mg\sin\theta$$

$r = l$ で一定なので $\dfrac{dr}{dt} = 0$

$$-ml\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = mg\cos\theta - T$$

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta$$

ここで、v_θ から

$v_\theta = l\dfrac{d\theta}{dt}$ より $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{v_\theta}{l}$,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v_\theta}{l}\right) = \frac{1}{l}\frac{dv_\theta}{dt}$$

θ 方向の運動方程式より

$$mr\frac{1}{r}\frac{dv_\theta}{dt} = -mg\sin\theta$$

$$m\frac{dv_\theta}{dt} = -mg\sin\theta$$

$rd\theta$ で積分

$$\int m\frac{dv_\theta}{dt}rd\theta = \int(-mg\sin\theta)rd\theta$$

$$\int m\frac{dv_\theta}{dt}r\frac{v_\theta}{r}dt = \int(-mg\sin\theta)rd\theta$$

$$\int mv_\theta\frac{dv_\theta}{dt}dt = \int(-mgr\sin\theta)d\theta$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_\theta^2\right)dt = \int(-mgr\sin\theta)d\theta$$

$t = 0$ で $\theta = 0, v_\theta = v_0$

$t = t'$ で $\theta = \theta, v_\theta = v_\theta$

$$\left[\frac{1}{2}mv_\theta^2\right]_{v_0}^{v_\theta} = mgr\left[\cos\theta\right]_0^\theta$$

$$\frac{1}{2}mv_\theta^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgr(\cos\theta - \cos 0)$$

$$\frac{1}{2}mv_\theta^2 = mgr(\cos\theta - 1) + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_\theta^2 = 2gr(\cos\theta - 1) + v_0^2$$

r 方向の運動方程式より

$$-mr\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = mg\cos\theta - T$$

$$T = mg\cos\theta + mr\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{v_\theta}{r}$ を代入すると

$$T = mg\cos\theta + mr\left(\frac{v_\theta}{r}\right)^2$$

$$= mg\cos\theta + m\frac{v_\theta^2}{r}$$

最高点で一回点するには $T \geq 0$ が必要である

この時、$\theta = \pi$ で

$$T_{\max} = mg\cos\pi + m\frac{v_\theta^2}{l}$$

$$= mg\cos\pi + m\frac{2gr(\cos\pi - 1) + v_0^2}{r}$$

$$= mg(-1) + m\frac{2gr[(-1) - 1] + v_0^2}{r}$$

$$T_{\max} = -mg - 4mg + \frac{mv_0^2}{r}$$
$$= -5mg + \frac{mv_0^2}{r}$$

従って

$$T_{\max} = -5mg + \frac{mv_0^2}{r} \geq 0$$
$$\frac{mv_0^2}{r} \geq 5mg$$
$$v_0 \geq \sqrt{5gr}$$