

運動方程式は

$$ma_x = F_C - T \sin \theta$$

$$ma_y = T \cos \theta - mg$$

静止しているので $a_x = 0, a_y = 0$

$$0 = F_C - T \sin \theta$$

$$0 = T \cos \theta - mg$$

従って、

$$T \sin \theta = F_C$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_C}{mg}$$

$$\tan \theta = \frac{F_C}{mg}$$

ここで F_C は

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2}$$

である。

また、 θ が十分に小さいので $x \ll L$ となり

$$\tan \theta = \frac{\frac{x}{2}}{\sqrt{L^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}}$$

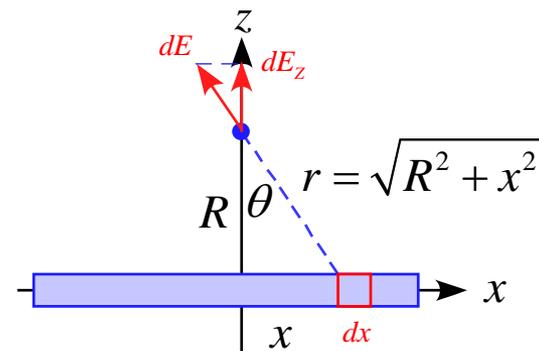
$$= \frac{\frac{x}{2}}{L\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2L}\right)^2}} \approx \frac{x}{2L}$$

従って、

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} = \tan \theta \approx \frac{x}{2L}$$

$$x^3 \approx \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$x \approx \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho dx$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2}$$

である。

対称性により、 x 成分は打ち消しあうので z 成分だけ計算すればよい。

z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos \theta$$

ここで

$$x = R \tan \theta \quad r = \frac{R}{\cos \theta}$$

$$dx = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta$$

であるから

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{\left(\frac{R}{\cos\theta}\right)^2} \cdot \cos\theta \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta$$

$$= \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta d\theta$$

従って、全電場は

$$E_z = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

(2)

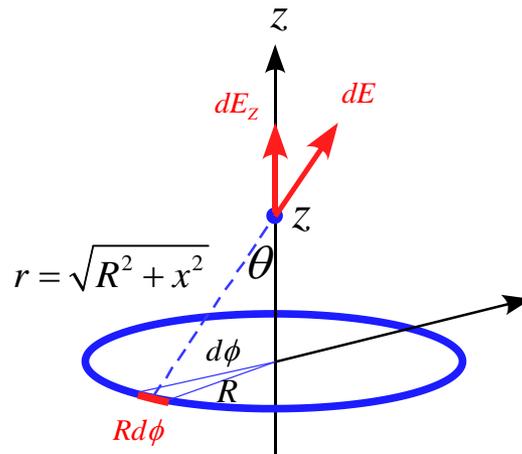
$$V_{BA} = \int_{R_1}^{R_2} E_z dz$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z} dz$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{z} dz$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} (\log R_2 - \log R_1)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_2}{R_1}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho R d\phi$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2}$$

である。

対称性により、z成分だけ計算すればよい

z成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \cos\theta$$

ここで

$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

であるから

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \frac{z}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} d\phi$$

従って、全電場は

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{\rho R z}{2\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

(2)

微小部分による電位は

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r}$$

である。

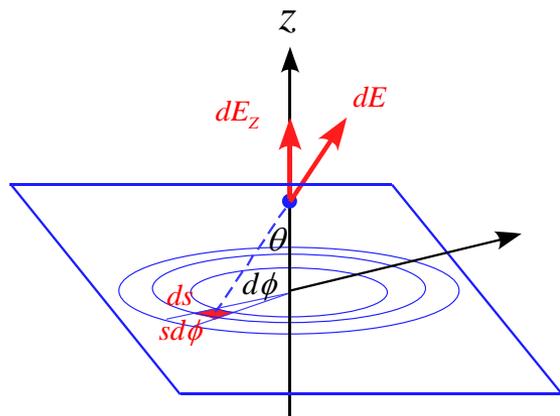
従って、電位は

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 r}$$

$$= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}$$



(1)
微小部分の電荷は

$$dQ = \sigma sd\phi ds$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma sd\phi ds}{r^2}$$

である。

対称性により、z 成分だけ計算すればよい

z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma sd\phi ds}{r^2} \cdot \cos\theta$$

ここで

$$s = a \tan\theta \quad r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$ds = \frac{a}{\cos^2\theta} d\theta$$

であるから

$$\begin{aligned} dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma a \tan\theta d\phi \frac{a}{\cos^2\theta} d\theta}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^2} \cdot \cos\theta \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \sin\theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

従って、全電場は

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi [-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

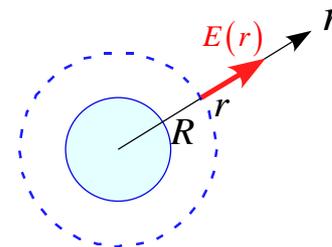
(2)

電位は

$$\begin{aligned} V_{BA} &= \int_a^0 E_z dz \\ &= \int_a^0 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dz \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_a^0 dz \\ &= -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

(1)

$r \geq R$



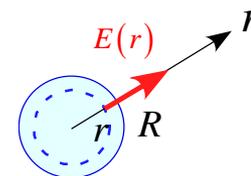
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

(2)

$r \leq R$

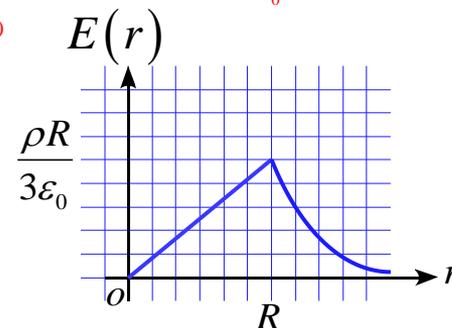


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

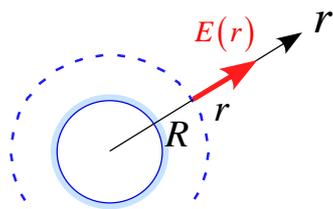
$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

(3)



解説 - 10

(1)
 $r \geq R$

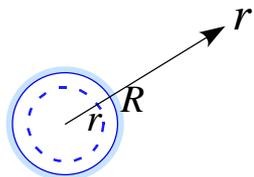


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi R^2 \sigma$$

$$E(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}$$

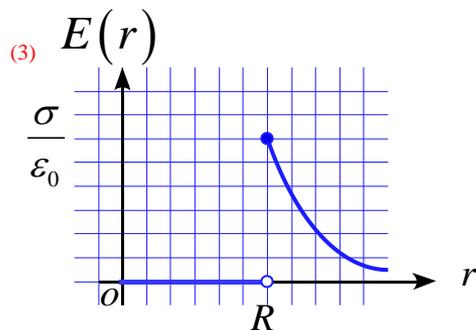
(2)
 $r < R$



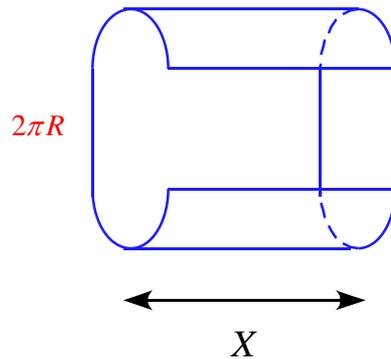
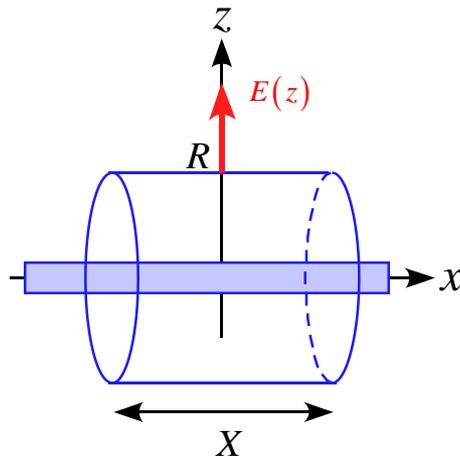
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(r) = 0$$



解説 - 11



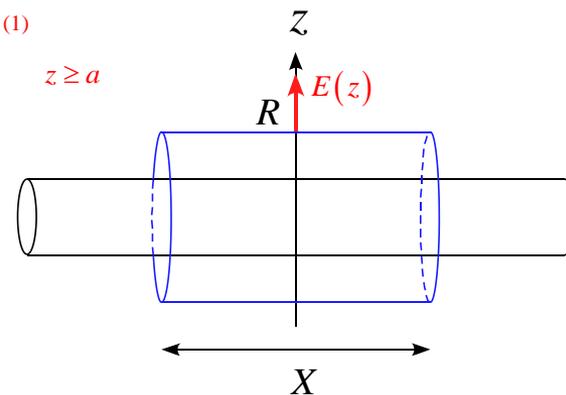
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(z) \cdot 2\pi R X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

解説 - 12

(1)
 $z \geq a$

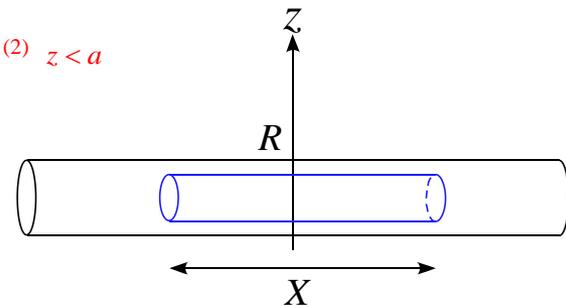


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(z) \cdot 2\pi z X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z}$$

(2) $z < a$

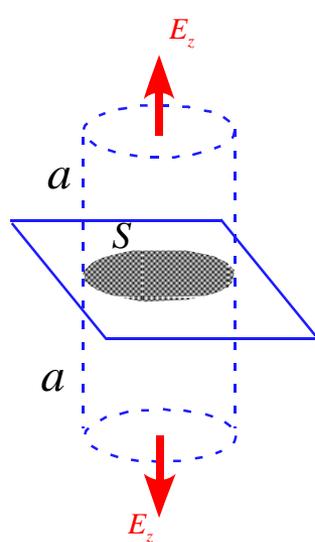


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(z) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(z) = 0$$

解説 - 13



$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$2E_z \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

解説 - 14

(1)

$$i = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1\text{A}}{3.14 \times (0.001\text{m})^2}$$

$$= 3.18 \times 10^5$$

$$\approx 3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

(2)

$$I_0 = iS = (3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2) \times (3.14 \times (0.0005\text{m})^2)$$

$$= 0.25\text{A}$$

解説 - 16

(2)

回路方程式において $t=0$ の時 $Q(0)=0$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$

$$RI(0) + \frac{0}{C} = V$$

$$I(0) = \frac{V}{R}$$

(3)

回路方程式において $t=\infty$ の時

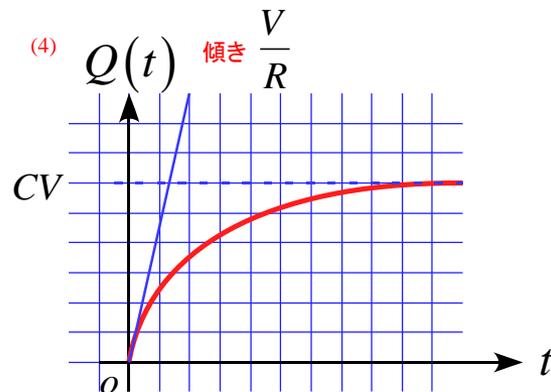
$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$Q(\infty) = CV$$



解説 - 17

(2)

回路方程式において $t=0$ の時 $Q(0)=2CV$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$

$$RI(0) + \frac{2CV}{C} = V$$

$$I(0) = -\frac{V}{R}$$

(3)

回路方程式において $t=\infty$ の時

$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$Q(\infty) = CV$$

(4)

