

2016講義ノート  
物理学基礎 (力学)  
工学部・機械工学科

# 運動方程式から導かれる関係

運動方程式  $ma = F$

$x$  で積分

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

仕事とエネルギーの関係

左側から  $\vec{r}$  で外積

モーメントと角運動量の関係

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

角運動量

モーメント

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

$t$  で積分

力積と運動量の関係

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \int \vec{F} dt$$

# 力学の問題を考える手順

① 作図をする

まず、モデルの設定の図を書く

② 軸を設定する

- ・問題文で指定されている場合はそれを利用する
- ・指定が無い場合は自分で都合の良い方向を正とする
- ・一般的には運動の進行方向を正にとると良いことが多い
- ・直線的な運動は1つ、平面的是2つ、立体的は3つの軸を設定する

③ 物体に作用する  
力の矢印を書き込む

力の見つけ方の手順は

1. 場の力 (主に重力)
2. 接触力
3. 慣性力

の順で探し出す

④ 運動方程式を軸ごとに立てる

設定した軸の向きに注意しながら  
 $ma = F$  の  $F$  の部分を書き込む

# 力学の問題を考える手順

解ける

運動方程式を立てる



$$m \frac{dv}{dt} = F$$



$$v = \text{○}$$



$$x = \text{○}$$



解くことが困難

どの物理量の関係が必要か検討する

$t$  で積分

左側から  $\vec{r}$  で外積

モーメントと角運動量の関係

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

回転の運動方程式

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

$x$  で積分

仕事とエネルギーの関係

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

力積と運動量の関係

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \int \vec{F} dt$$

積分定数は初期条件が決める

速度、変位を求める

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$$

$t$  で積分

$t$  で積分

# 力学の講義を終えて

## 取り扱った内容

- ・加速度 / 速度 / 変位
- ・ニュートンの運動の法則
- ・仕事とエネルギー
- ・エネルギー保存則
- ・運動量と力積
- ・運動量保存則
- ・力のモーメント
- ・角運動量
- ・角運動量保存則
- ・円運動
- ・単振動 / 単振り子
- ・万有引力の法則
- ・ケプラーの法則

## 取り扱っていない内容

- ・剛体の運動
- ・慣性モーメント

## 2016 物理学基礎 総合練習問題

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度は  $g$  として用いよ。

出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、  
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度  $v$  の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度  $a$  の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力  $F$  は   $= F$  と表される。

その次元は  である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより  
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺を  $x$  で積分し、式を整理すると

$$\int m \frac{dv}{dt} dx = \int F dx$$

$$\int m \frac{dv}{dt} v dt = \int F dx$$

$$\int \left( m \frac{dv}{dt} v \right) dt = \int F dx$$

$$\int \frac{d}{dt} \left( \text{①} \right) dt = \int F dx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を表している。運動エネルギーの次元は  であり、仕事の次元は  である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt} \left( \boxed{\text{②}} \right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は  である。

②を  $p$  とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \qquad dp = Fdt$$

この左辺  $Fdt$  が力積であり、その次元は  である。



(6) さらに、(3)の式をベクトルで考え、両辺に左側から位置ベクトル  $\vec{r}$  の外積を取ると

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \boxed{\textcircled{3}} \right) = \boxed{\textcircled{4}}$$

と表される。

左辺の③は角運動量  $\vec{L}$  であり、その次元は  である。

右辺の④は力のモーメント  $\vec{N}$  であり、その次元は  である。

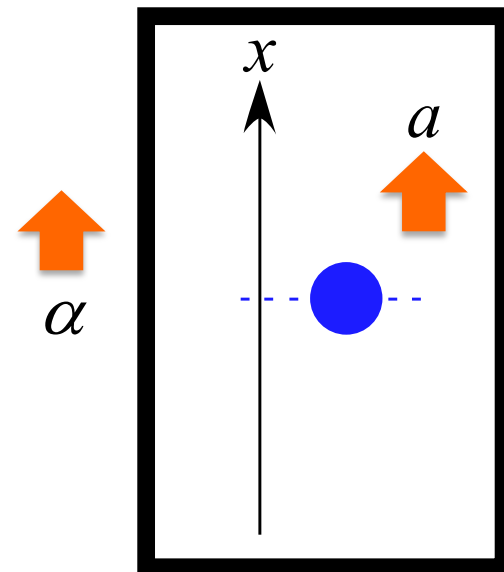
この式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

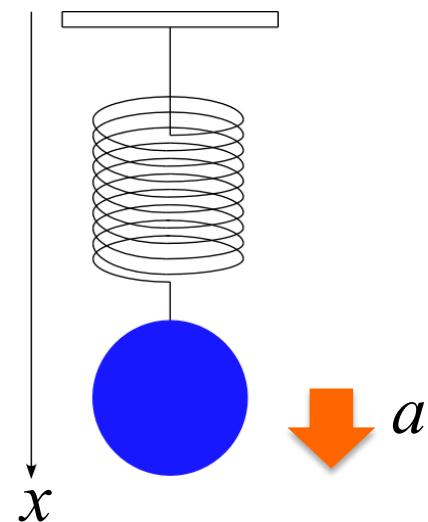
と表すことができ、これを「回転の運動方程式」と呼ぶ。

2. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、  
その運動の運動方程式を記述せよ。  
いずれの運動も物体の質量は  $m$  とし、重力加速度は  $g$  とする。

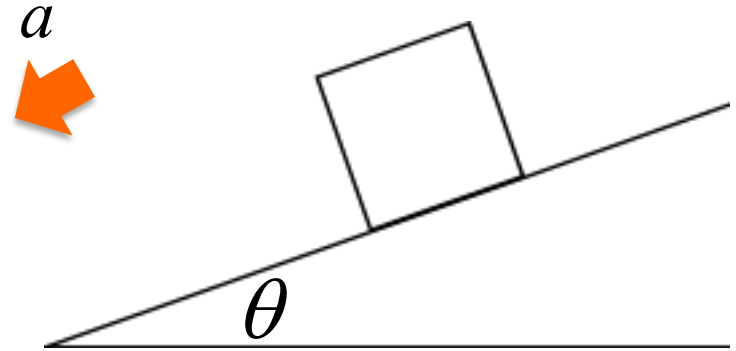
- (1) 一定の加速度  $\alpha$  で上昇するエレベータ内で物体を  
鉛直投げ上げさせる運動 (初速度  $v_0$  )



- (2) 物体をバネを吊るした状態での単振動運動  
(バネ定数は  $k$  として用いよ)



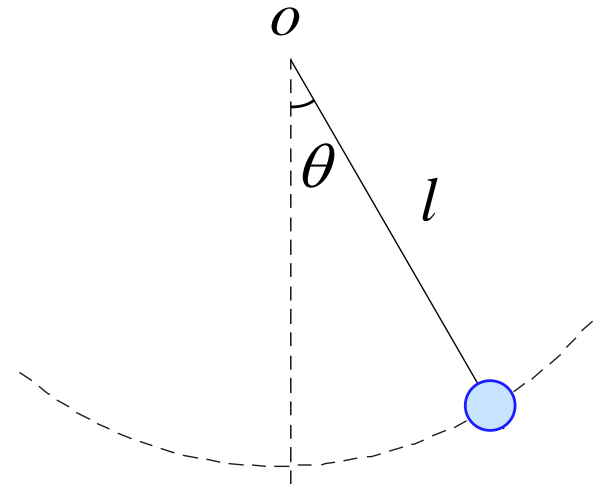
- (3) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動  
(動摩擦係数は  $\mu_k = \frac{f}{N}$  とする)



- (4) 単振り子の運動

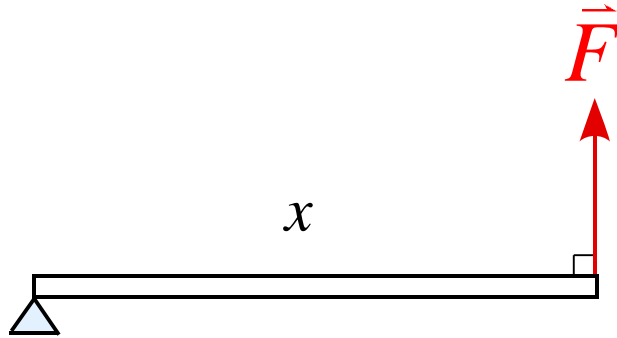
極座標で軸を考え記述せよ。

(糸の張力は  $S$  とし、 $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  とする。)

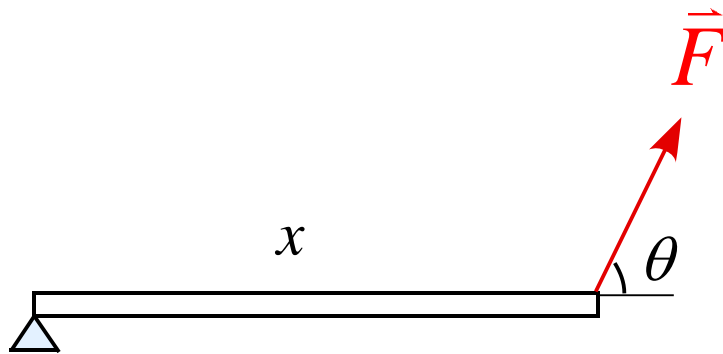


3. 以下の図の力のモーメント  $|\vec{N}|$  を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

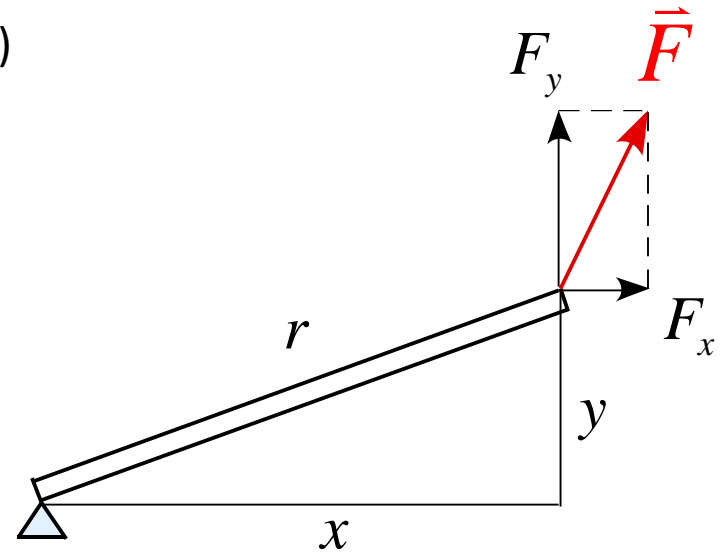
(1)



(2)



(3)



4. 単振動の一般解  $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$  において、  
以下の条件を満たすような  $x(t)$  を求めよ。

(1)  $x(0) = 0, v(0) = v_0$

(2)  $x(0) = x_0, v(0) = 0$

(3)  $x(0) = x_0, v(0) = v_0$

(4)  $x(t_1) = x_0, v(t_1) = 0$

5. なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。

バネは自然長の状態で静止しているとする。

以下の問いに答えよ。

$t = 0$  で初速度  $v_0$  を壁向きに与えると、物体は単振動をした。  
物体の質量を  $m$  、バネ定数を  $k$  とする。

(1) 物体の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体の変位  $x(t)$  、速度  $v(t)$  、加速度  $a(t)$  を求めよ。

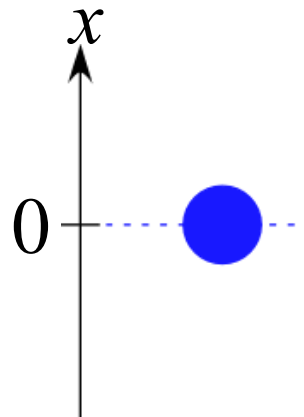
(3)  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $a(t)$  のグラフを横軸  $t$  として描け。

選択問題 (力学) 以下の問題6～9のうち1題を選択して解答せよ。

6. 質量  $m$  の物体を自由落下させる。

以下の問に答えよ。

但し、重力加速度は  $g$  とする。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式を  $x$  で積分することで導け。

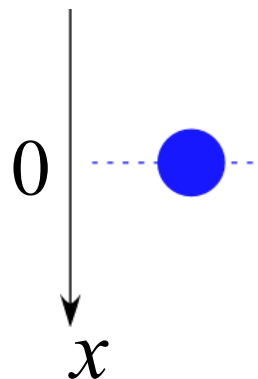
7. 質量  $m$  の雨滴が落下する運動を考える。

このとき、空気抵抗が働くものとし、  
その空気の抵抗力の大きさは  $k v$  とする。

以下の問に答えよ。

(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。



運動方程式を解くと、速度  $v(t)$  は  $v(t) = \frac{mg}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$   
となる。

(3)  $v-t$  グラフを書け。また、原点での傾きを求めよ。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。



8. 摩擦がある斜面を質量 $m$ の物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。

但し、動摩擦力は $f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

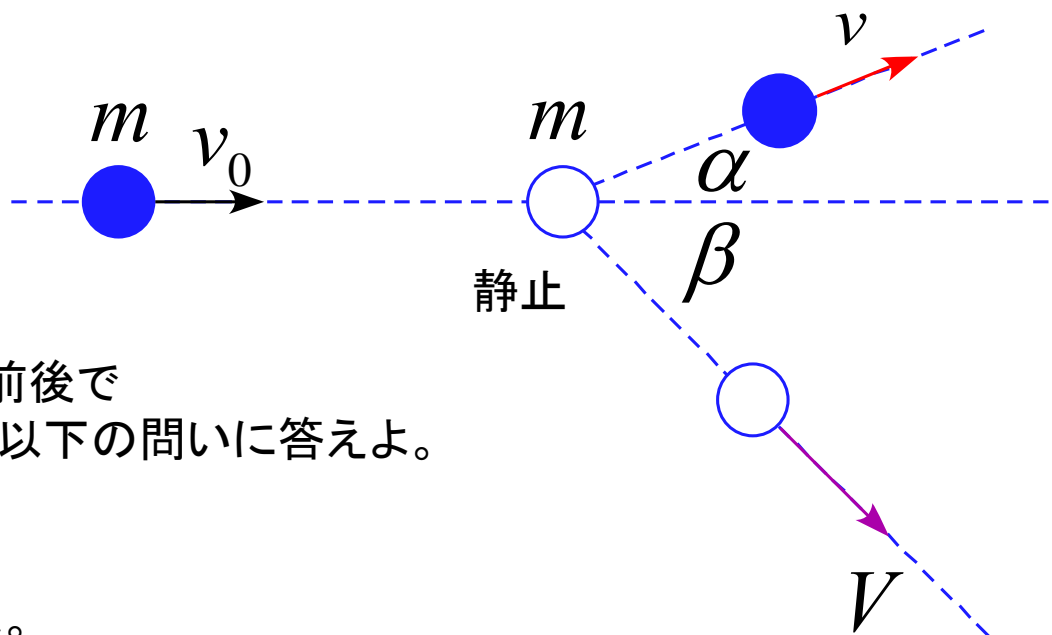
(1) 物体に作用する力を図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動の加速度 $a$ を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

(4) この運動で物体が距離 $L$ を移動したとすると、動摩擦力がした仕事 $W_{\text{摩}}$ を求めよ。

9. 斜衝突において、質量が同じであるとする。



衝突は弾性衝突であり、衝突の前後でエネルギーは不変であるとして、以下の問いに答えよ。

(1) 図の角  $\alpha + \beta$  を求めよ。

(2) 速度比  $\frac{v}{V}$  を  $\beta$  を使って表せ。

選択問題 (力学) 以下の問題10～14のうち1題を選択して解答せよ。

10. 図のような長さ  $L$  の棒の両端に質量  $m$  の質点と質量  $M$  の質点を取り付けられ、糸でつるさている。

この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

(1) 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

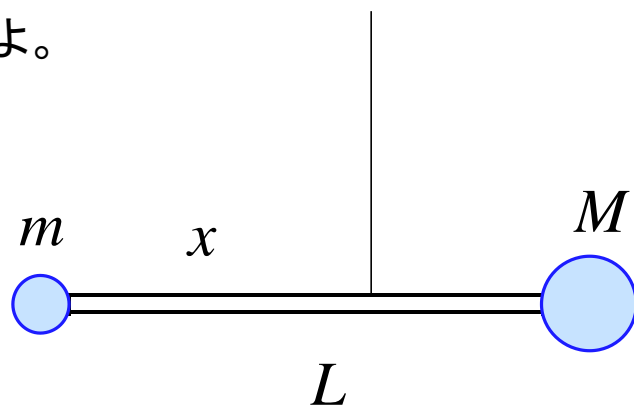
(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置  $x$  を求めよ。

(2) 棒の質量が  $m$  の場合

(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置  $x$  を求めよ。



11. 図のような円錐振り子のモデルを考える。

糸の長さは  $l$ 、物体の質量は  $m$  である。

物体は水平面内で円運動していて、糸と鉛直線のなす角は  $\theta$  であるとする。以下の問いに答えよ。

(1) 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

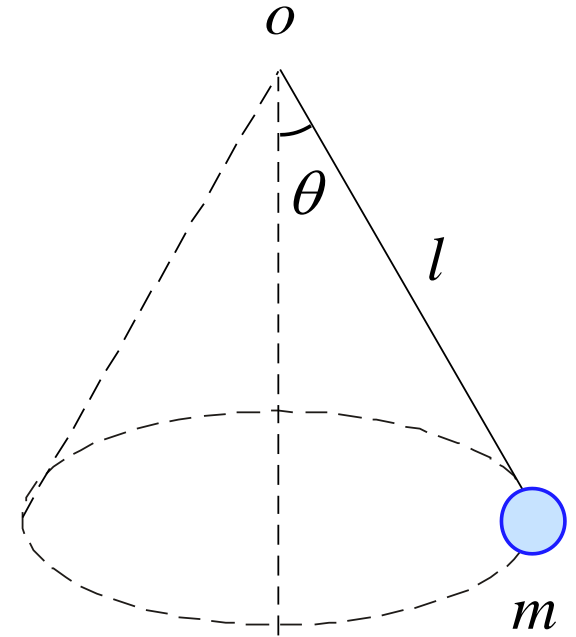
(2)  $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  としたとき、それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(3) 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad a_\theta = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

と表すことができる。

糸の張力  $S$ 、物体の速さ  $v$ 、回転の周期  $T$  を求めよ。



12. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは  $r$ 、物体の質量は  $m$  である。

物体を水平の状態にして放し、円運動する。

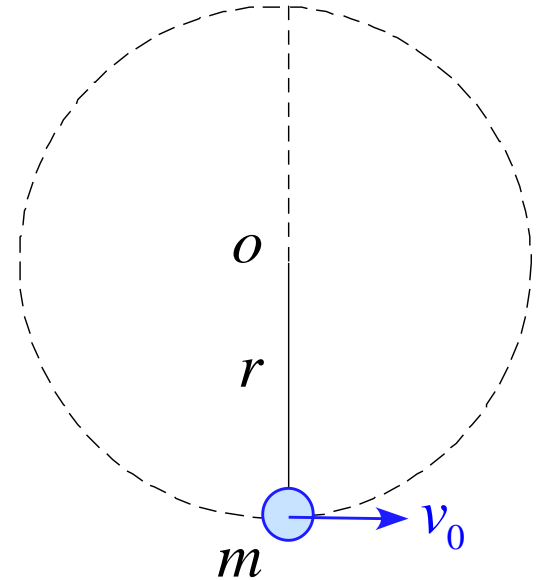
糸と鉛直線のなす角を  $\theta$  であるとする。

最下点で初速  $v_0$  を与えたとき

以下の問いに答えよ。

(1)  $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  としたとき、  
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体が1回転するために必要な初速  $v_0$  の条件を求めよ。



13. 物体が半径  $r_0$  の円周上を速さ  $v_0$  で等速円運動している。

$r_0, v_0$  は定数である。以下の問いに答えよ。

(1) 速度  $\vec{v}$  と位置ベクトル  $\vec{r}$  が直交していることを示せ。

(2) 速度  $\vec{v}$  と加速度  $\vec{a}$  が直交していることを示せ

(3) 加速度の大きさ  $|\vec{a}|$  を求めよ。

14. 右図の単振り子において、  
エネルギー保存について論じ、  
最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。

