

2016講義ノート
物理学基礎(力学)
工学部・機械工学科

運動方程式から導かれる関係

運動方程式 $ma = F$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

x で積分

左側から \vec{r} で外積

モーメントと角運動量の関係

t で積分

仕事とエネルギーの関係

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \int \vec{F} dt$$

角運動量

モーメント

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

力学の問題を考える手順

① 作図をする

まず、モデルの設定の図を書く

② 軸を設定する

- ・問題文で指定されている場合はそれを利用する
- ・指定が無い場合は自分で都合の良い方向を正とする
- ・一般的には運動の進行方向を正に取ると良いことが多い
- ・直線的な運動は1つ、平面的は2つ、立体的は3つの軸を設定する

③ 物体に作用する
力の矢印を書き込む

力の見つけ方の手順は
1. 場の力 (主に重力)
2. 接触力
3. 慣性力
の順で探し出す

④ 運動方程式を軸ごと
に立てる

設定した軸の向きに注意しながら
 $ma = F$ の F の部分を書き込む

力学の問題を考える手順

解ける

運動方程式を立てる

↓
解くことが困難

どの物理量の関係が必要か検討する

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad \rightarrow \quad v = \text{○○○} \quad \rightarrow \quad x = \text{○○○}$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \quad t \text{ で積分} \quad t \text{ で積分}$$

積分定数は初期条件が決める
速度、変位を求める

t で積分

x で積分

左側から \vec{r} で外積

モーメントと角運動量の関係

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

回転の運動方程式

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

仕事とエネルギーの関係

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

力積と運動量の関係

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \int \vec{F} dt$$

力学の講義を終えて

取り扱った内容

- ・加速度 / 速度 / 変位
- ・ニュートンの運動の法則
- ・仕事とエネルギー
- ・エネルギー保存則
- ・運動量と力積
- ・運動量保存則
- ・力のモーメント
- ・角運動量
- ・角運動量保存則
- ・円運動
- ・単振動 / 単振り子
- ・万有引力の法則
- ・ケプラーの法則

取り扱っていない内容

- ・剛体の運動
- ・慣性モーメント

2016 物理学基礎 総合練習問題

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度は g として用いよ。

出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度 v の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度 a の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力 F は $\boxed{} = F$ と表される。

その次元は $\boxed{}$ である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺を x で積分し、式を整理すると

$$\int m \frac{dv}{dt} dx = \int F dx$$

$$\int m \frac{dv}{dt} v dt = \int F dx$$

$$\int \left(m \frac{dv}{dt} v \right) dt = \int F dx$$

$$\int \frac{d}{dt} \left(\boxed{①} \right) dt = \int F dx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を表している。運動エネルギーの次元は であり、仕事の次元は である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt} \left(\boxed{②} \right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は である。

②を p とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \quad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は である。

(6) さらに、(3)の式をベクトルで考え、両辺に左側から位置ベクトル \vec{r} の外積を取ると

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\boxed{\text{③}} \right) = \boxed{\text{④}}$$

と表される。

左辺の③は角運動量 \vec{L} であり、その次元は である。

右辺の④は力のモーメント \vec{N} であり、その次元は である。

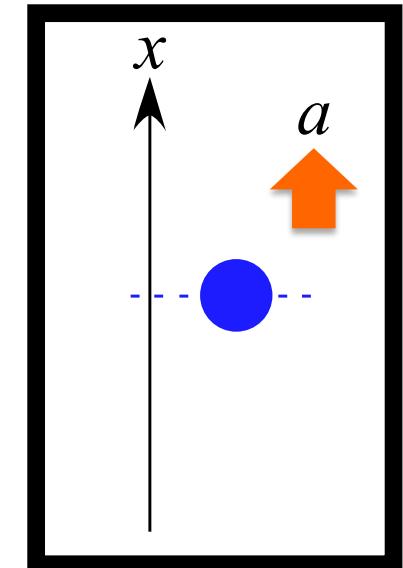
この式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

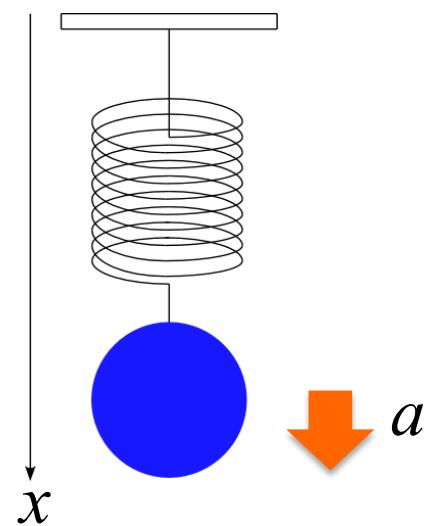
と表すことができ、これを「回転の運動方程式」と呼ぶ。

2. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。
いずれの運動も物体の質量は m とし、重力加速度は g とする。

- (1) 一定の加速度 α で上昇するエレベータ内で物体を
鉛直投げ上げさせる運動 (初速度 v_0)

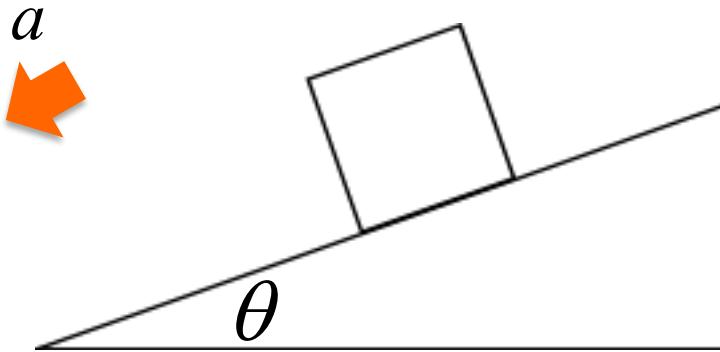


- (2) 物体をバネを吊るした状態での単振動運動
(バネ定数は k として用いよ)



(3) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動

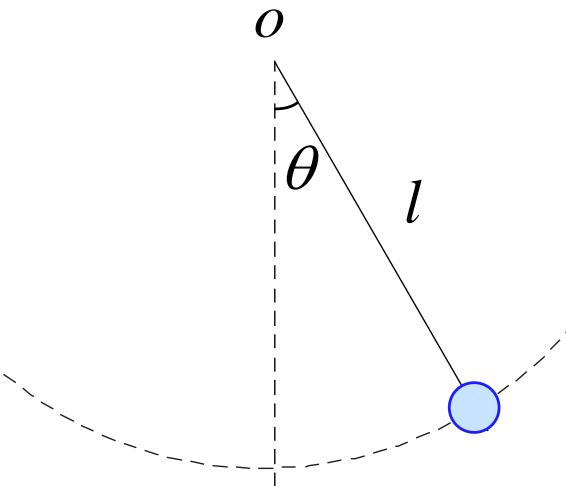
(動摩擦係数は $\mu_k = \frac{f}{N}$ とする)



(4) 单振り子の運動

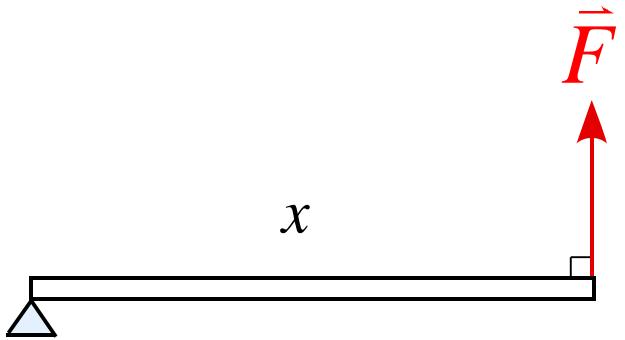
極座標で軸を考え記述せよ。

(糸の張力は S とし、 r 方向、 θ 方向の加速度を a_r, a_θ とする。)

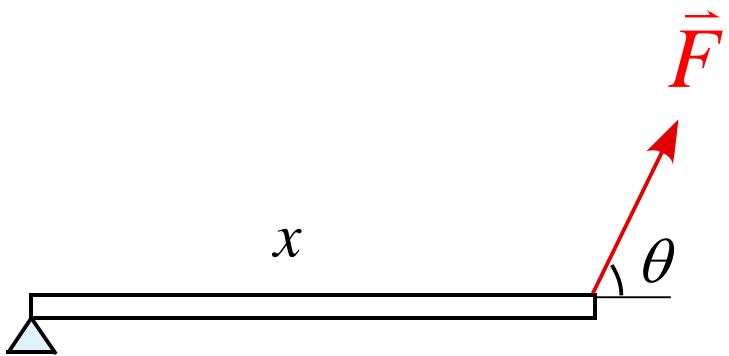


3. 以下の図の力のモーメント $|\vec{N}|$ を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

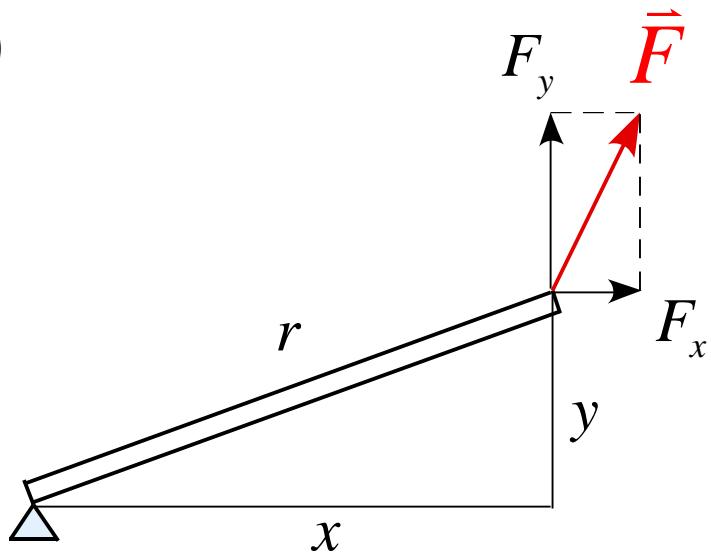
(1)



(2)



(3)



4. 単振動の一般解 $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ において、
以下の条件を満たすような $x(t)$ を求めよ。

$$(1) \ x(0) = 0, v(0) = v_0$$

$$(2) \ x(0) = x_0, v(0) = 0$$

$$(3) \ x(0) = x_0, v(0) = v_0$$

$$(4) \ x(t_1) = x_0, v(t_1) = 0$$

5. なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。

バネは自然長の状態で静止しているとする。

以下の問いに答えよ。

$t = 0$ で初速度 v_0 を壁向きに与えると、物体は単振動をした。

物体の質量を m 、バネ定数を k とする。

(1) 物体の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体の変位 $x(t)$ 、速度 $v(t)$ 、加速度 $a(t)$ を求めよ。

(3) $v(t)$, $x(t)$, $a(t)$ のグラフを横軸 t として描け。

選択問題(力学) 以下の問題6~9のうち1題を選択して解答せよ。

6. 質量 m の物体を自由落下させる。

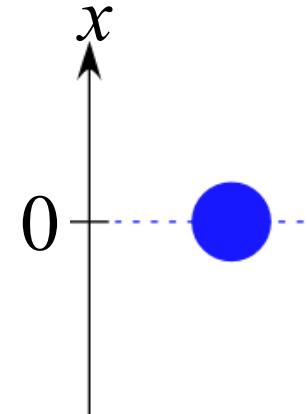
以下の間に答えよ。

但し、重力加速度は g とする。

(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式を x で積分することで導け。



7. 質量 m の雨滴が落下する運動を考える。

このとき、空気抵抗が働くものとし、

その空気の抵抗力の大きさは $k\nu$ とする。

以下の間に答えよ。

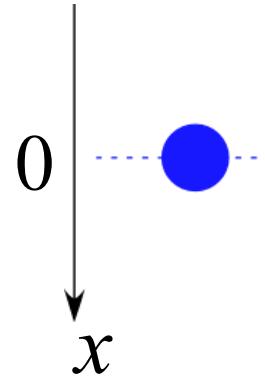
(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度 $\nu(t)$ は $\nu(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$ となる。

(3) $\nu - t$ グラフを書け。また、原点での傾きを求めよ。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。



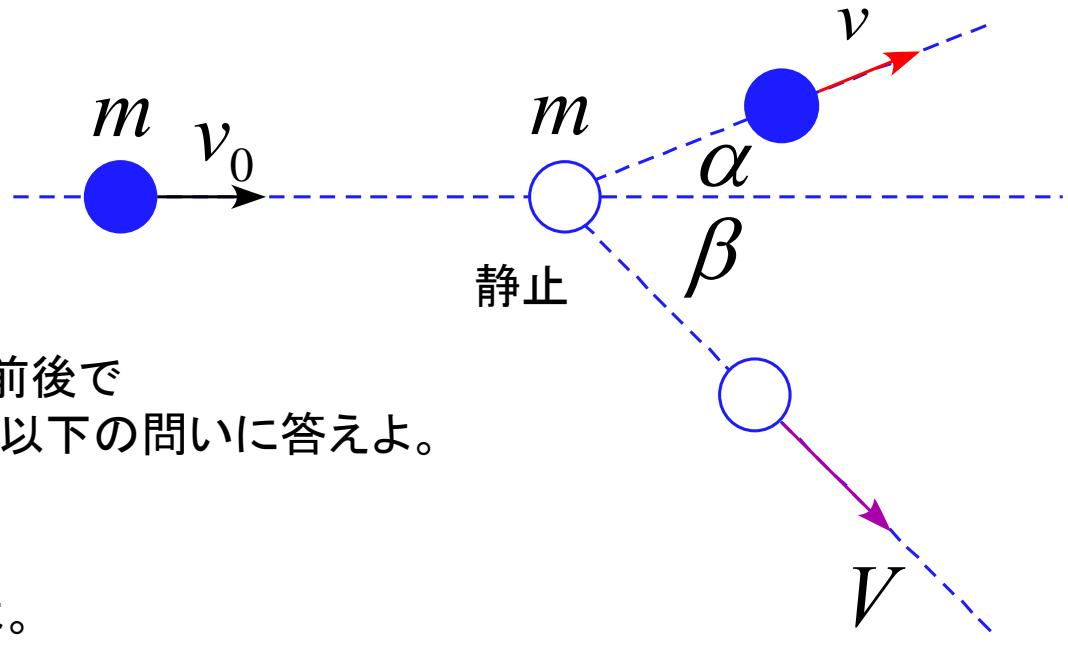
8. 摩擦がある斜面を質量 m の物体がすべり降りる運動の運動

を考える。以下の間に答えよ。

但し、動摩擦力は $f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

- (1) 物体に作用する力を図に書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (3) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。
- (4) この運動で物体が距離 L を移動したとき、動摩擦力がした仕事 $W_{\text{摩}}$ を求めよ。

9. 斜衝突において、質量が同じであるとする。



衝突は弾性衝突であり、衝突の前後で
エネルギーは不变であるとして、以下の問いに答えよ。

(1) 図の角 $\alpha + \beta$ を求めよ。

(2) 速度比 $\frac{v}{V}$ を β を使って表せ。

選択問題(力学) 以下の問題10~14のうち1題を選択して解答せよ。

10. 図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点が取り付けられ、糸でつるされている。
この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問い合わせに答えよ。

(1) 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

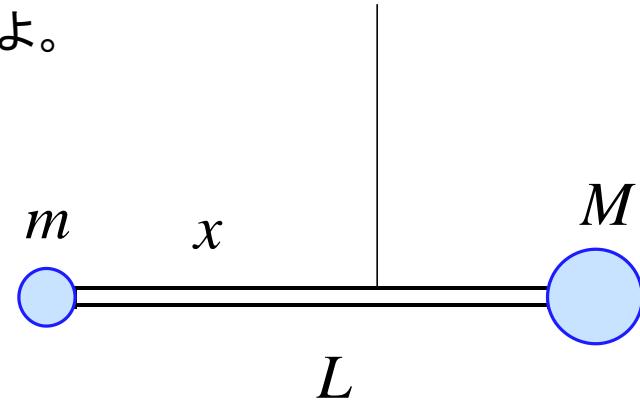
(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

(2) 棒の質量が m の場合

(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。



11. 図のような円錐振り子のモデルを考える。

糸の長さは l 、物体の質量は m である。

物体は水平面内で円運動していて、糸と鉛直線のなす角は θ であるとする。以下の問い合わせよ。

(1) 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

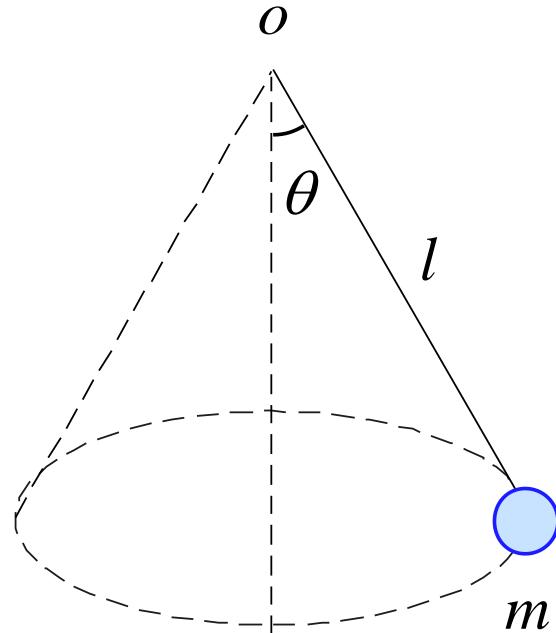
(2) r 方向、 θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(3) 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad a_\theta = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

と表すことができる。

糸の張力 S 、物体の速さ v 、回転の周期 T を求めよ。



12. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは r 、物体の質量は m である。

物体を水平の状態にして放し、円運動する。

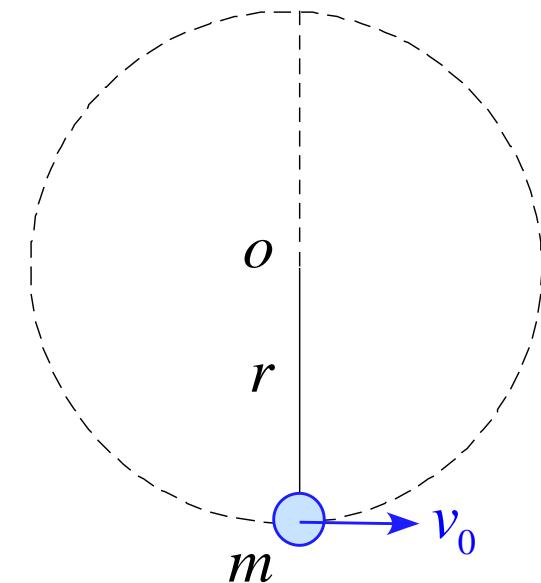
糸と鉛直線のなす角を θ であるとする。

最下点で初速 v_0 を与えたとき

以下の問いに答えよ。

(1) r 方向、 θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体が1回転するために必要な初速 v_0 の条件を求めよ。



13. 物体が半径 r_0 の円周上を速さ v_0 で等速円運動している。

r_0, v_0 は定数である。以下の問いに答えよ。

(1) 速度 \vec{v} と位置ベクトル \vec{r} が直交していることを示せ。

(2) 速度 \vec{v} と加速度 \vec{a} が直交していることを示せ

(3) 加速度の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

14. 右図の单振り子において、
エネルギー保存について論じ、
最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。

