

運動方程式から導かれる関係

運動方程式 $ma = F$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

仕事とエネルギーの関係

力積と運動量の関係

モーメントと角運動量の関係

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \int \vec{F} dt$$

回転運動と角運動量

質点の運動方程式

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

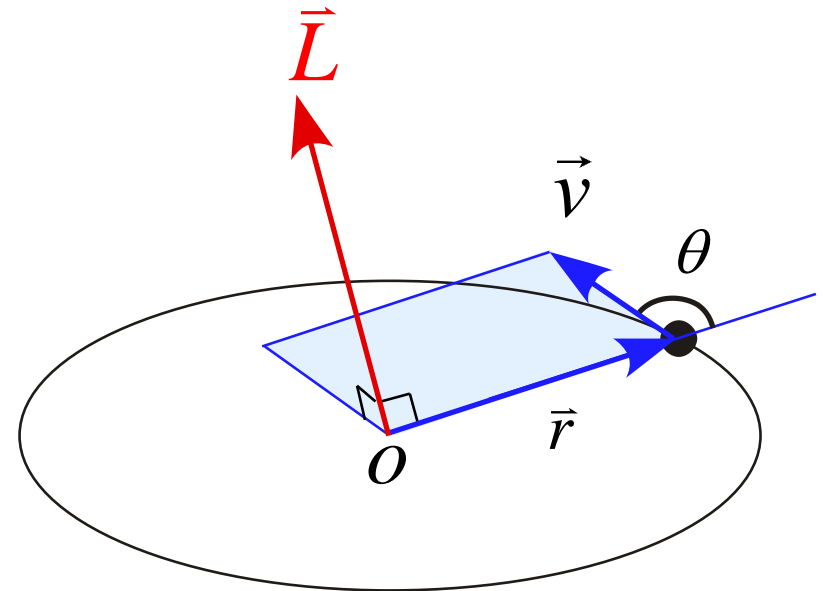
両辺に左から位置ベクトル \vec{r} をかけると(外積)

$$\vec{r} \times m\vec{a} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

↑
角運動量
↑
モーメント

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

回転運動と角運動量

途中の式変形について (何故、 \vec{r} が微分の中に入るのか?)

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$= \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \text{ // } m\vec{v} \text{ より}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} = \vec{0}$$

課題5 (3)

$$\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt}$$

角運動量とモーメント

角運動量とモーメントの関係式

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

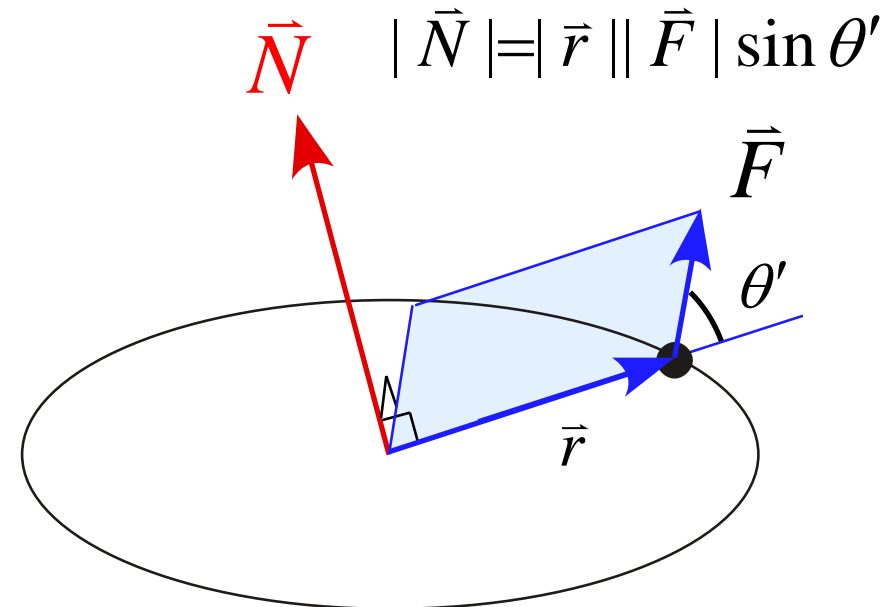
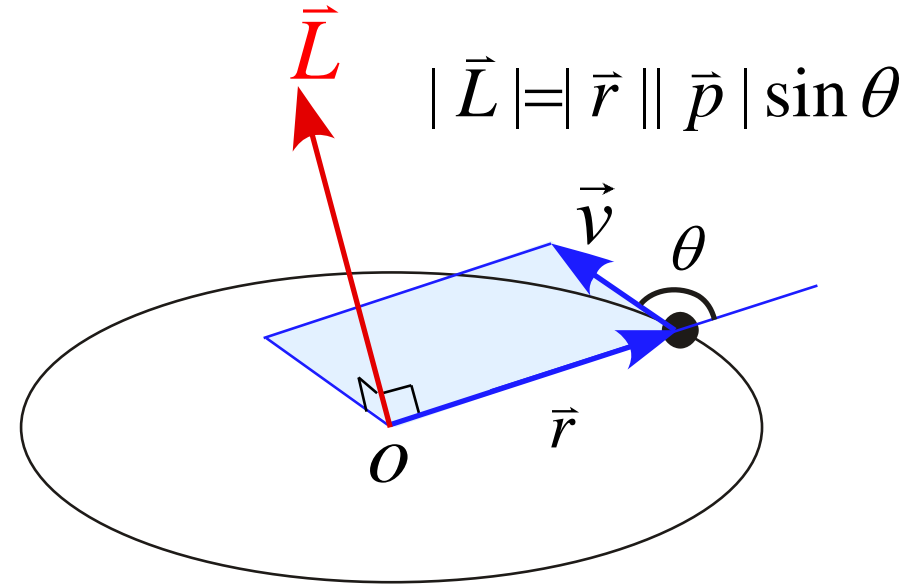
質点が点 O まわりを回転する
勢いを表している

$$[L][M] \frac{[L]}{[T]} = \frac{[ML^2]}{[T]}$$

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

点 O まわりの力のモーメント

$$[L][M] \frac{[L]}{[T^2]} = \frac{[ML^2]}{[T^2]}$$



角運動量保存則

角運動量とモーメントの関係式

回転の運動方程式

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

ある質点の点 O まわりの
角運動量の変化は
この質点に働く点 O まわりの
力のモーメントに等しい

もし、モーメント $\vec{N} = \vec{0}$ であれば

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$$

となり、角運動量は保存する

角運動量保存則

外力によるモーメントの総和 \vec{N} が
 $\vec{0}$ のときは、内力が働いていたと
しても、系の角運動量 \vec{L} は変化しない

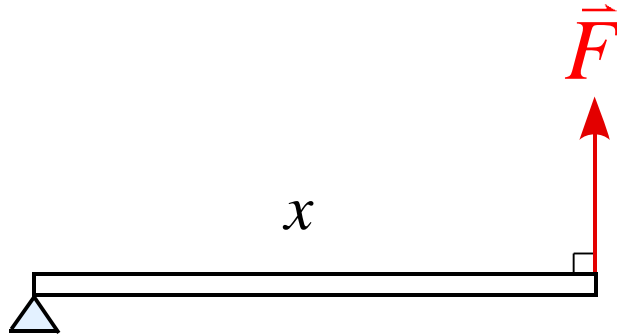
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$$

力のモーメント～例題

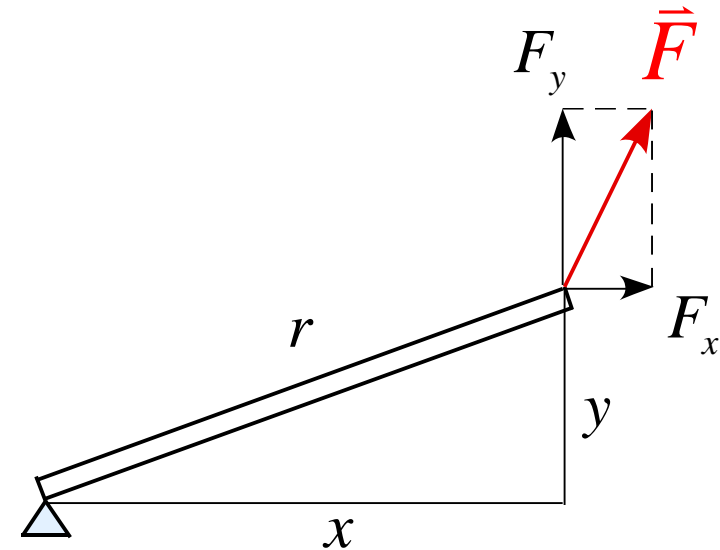
例題

以下の図の力のモーメント N を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

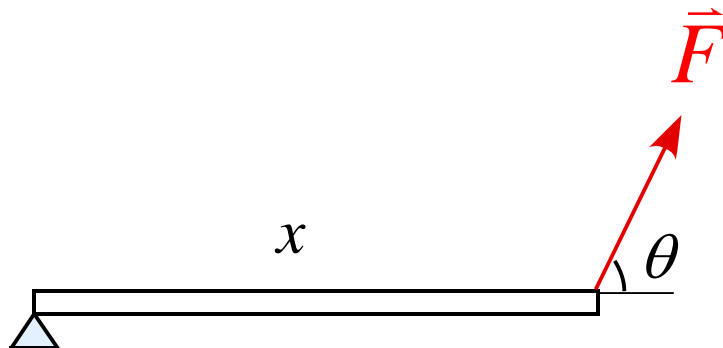
1.



3.



2.



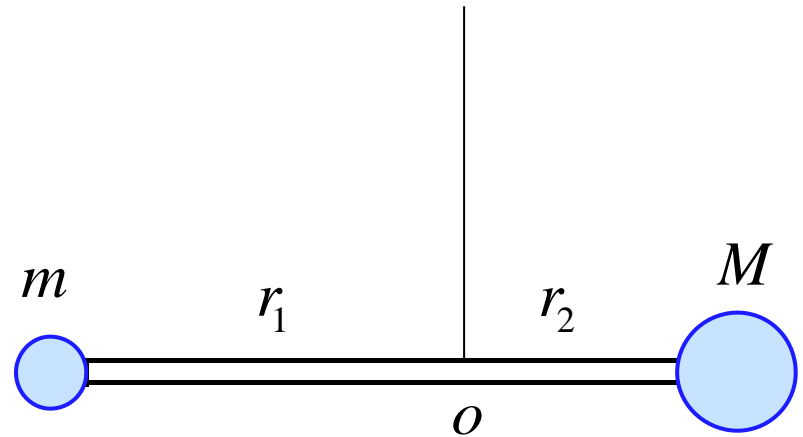
力のモーメント～例題

例題

軽い棒の両端に質量 m の物体と質量 M の物体が図のように取り付けられていて点 O で糸につるされている。

この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

1. 棒に作用する力を書き込め。
2. 棒の運動方程式を記述せよ。
3. 棒の回転の運動方程式を記述せよ。
4. 棒が回転しない条件 $\frac{r_1}{r_2}$ を求めよ。



力のモーメント～例題

例題

図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点を取り付けられ、糸でつるされている。

この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

1. 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

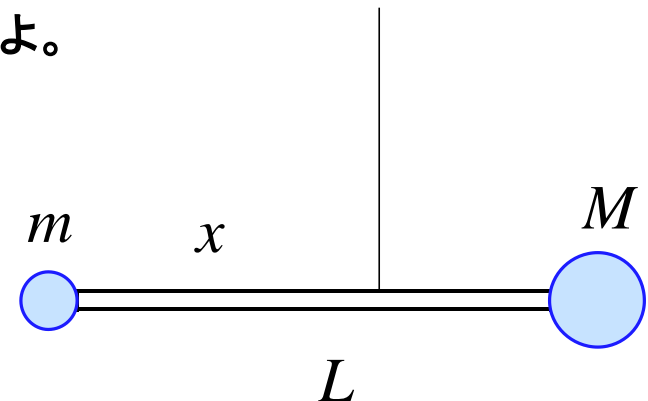
(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

2. 棒の質量が m の場合

(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。



力学基礎演習

4.8 剛体と力のモーメント

問題35 49ページ

追加設問

物体の運動方程式を書け。

問題36 49ページ

追加設問

物体の運動方程式を書け。

問題37 50ページ

問題38 51ページ

力のモーメント～例題

例題

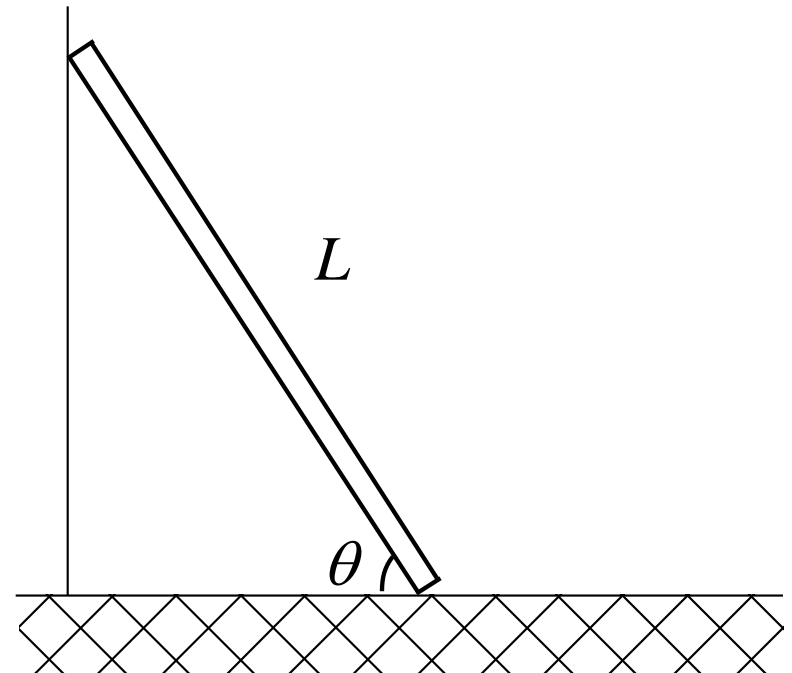
図のような長さ L 、質量 m の棒が鉛直の壁に立てかけられている。

壁は滑らかであるが、床は粗いとする。

床と棒とのなす角 θ を小さくすると、棒は滑り出してしまう。

滑り出す直前の角 θ_0 の条件 $\tan \theta_0$ を求めよ。

但し、静止摩擦係数は μ を用いよ。

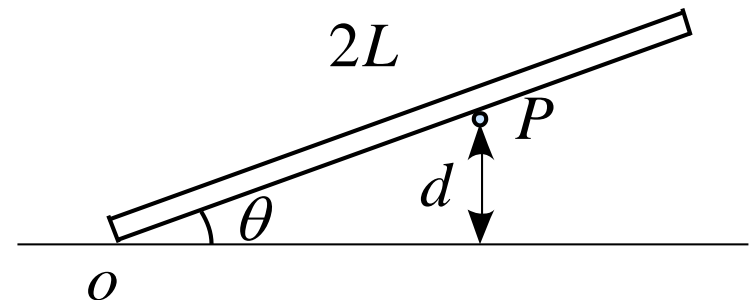


力のモーメント～例題

例題

粗い水平面上に一端を点 O に置き、点 P に設置された釘に立てかけてある長さ $2L$ の棒がある。棒と水平面のなす角は θ 、水平面から釘までの高さは d であるとする。棒全体の質量は m として以下の問いに答えよ。

1. 棒に作用する力を書き込め。
2. 床と棒との垂直抗力を N 摩擦力を f 、釘からの垂直抗力を N' としたとき運動方程式を記述せよ。
3. 回転の運動方程式を記述せよ。



4. 水平面と接している点 O における $\frac{f}{N}$ を求めよ。