2017 レポート課題
物理学基礎 (力学)
工学部・機械工学科

課題1

ベクトル $\vec{A}, \vec{B}$ を

$$\vec{A} = \left(A_x, A_y, A_z \right)$$

$$\vec{B} = \left(B_x, B_y, B_z \right)$$

としたとき

(1) 2つのベクトルの外積が

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

となることを示せ。

(2) 外積の大きさ $\left| \vec{A} \times \vec{B} \right|$ が、$\left| \vec{A} \right| \left| \vec{B} \right| \sin\theta$ となることを示せ。

課題2

等加速度運動の速度と変位の式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

から、

$$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$$

を導け。

課題3

単振動の運動方程式の一般解について

$$x(t) = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$$

から

$$x(t) = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin\left(\omega t + \delta\right)$$

$$= A \sin\left(\omega t + \delta\right)$$

と表せることを示せ。

課題4

質点が単振動している。1周期についての運動エネルギーの平均値$\overline{K}\left(t\right)$と位置エネルギーの平均値$\overline{U}\left(t\right)$を求め、これらが等しいことを示せ。

課題5

次の式を証明せよ。但し、ϕ はスカラーとする。

(1) $$\frac{d}{dt}\left(\phi\vec{A}\right)=\frac{d\phi}{dt}\vec{A}+\phi\frac{d\vec{A}}{dt}$$

(2) $$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)=\frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt}$$

(3) $$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=\frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B}+\vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$$

課題6

平面の極座標において、

(1) 速度 v_r と速度 v_θ が

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

$$v_\theta = r\frac{d\theta}{dt}$$

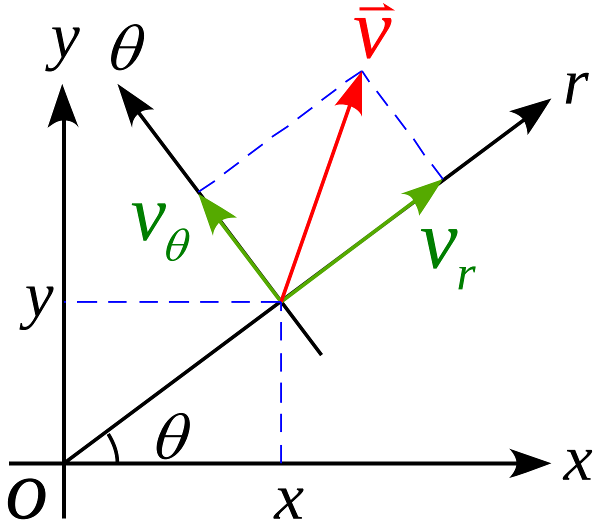
となることを示せ。

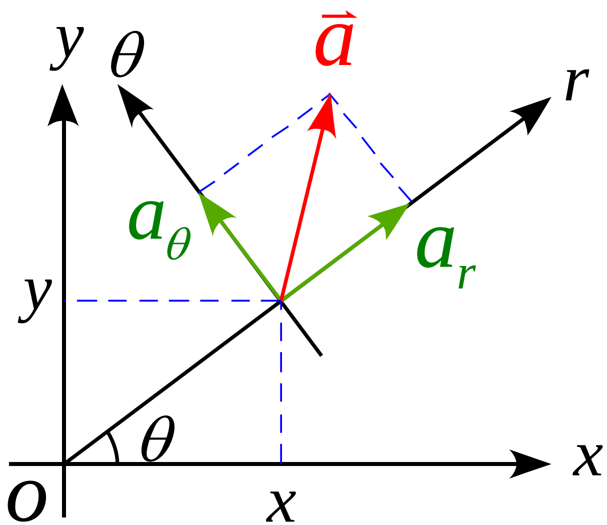
(2) 加速度 a_r と加速度 a_θ が

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$$a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)$$

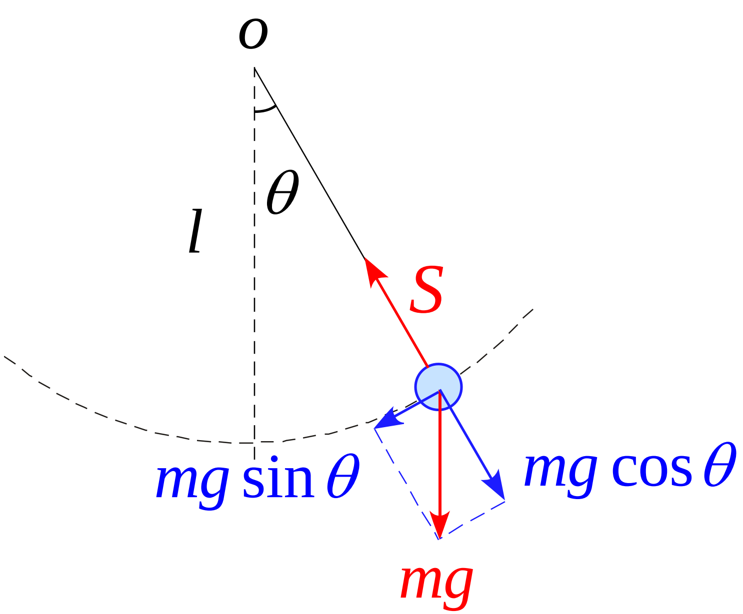
となることを示せ。





課題7

右図の単振り子において、エネルギー保存について論じ、最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。



Hint) 極座標表示の運動方程式から導くとよい。

課題8

長さ l の糸につるされた質量 m の物体が単振り子運動をするとき
θ 方向の運動方程式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

と表される。

ここで、θ が十分に小さい場合 $\sin\theta \simeq \theta$ の近似を使い

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

として考えることができ、

振れ角: $\theta(t) = A\sin(\omega t + \delta)$

周期: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

となる。

しかし、θ が大きくなるにつれて周期にズレが生じる。このズレについて考えよう。

(1) $\sin\theta \simeq \theta$ の近似を使用しないで周期 T を計算せよ。

(2) 周期 T の誤差が 1% を超える角度[°]はいくらになるか有効数字2桁で求めよ。

注) (2)は解答のみの記述は評価しないものとする。