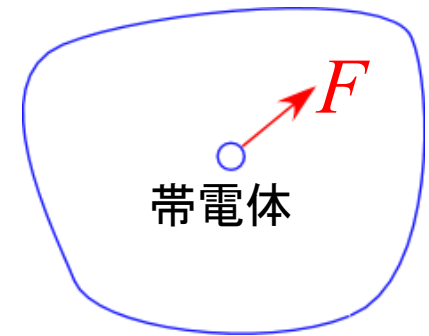


# 電場(電界)

ある任意の空間に、帯電体を持ってくる  
 この帯電体にクーロン力(静電気力)が働く状態であれば、  
 「この空間に電場(電界)が存在する」

任意の空間



電場の有無は電荷を持ってくれば判別できる

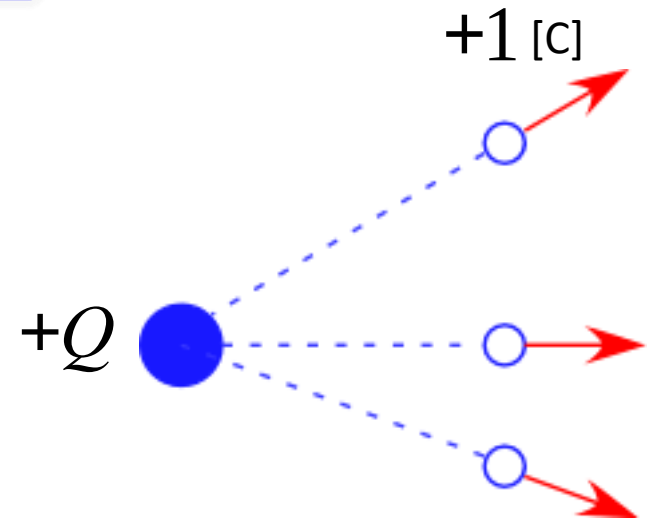
電場があるかどうか試しに、  
 試験電荷  $+1$  [C] を置いてみる

単位正電荷

ある空間に  $+Q$  [C] 電荷があるとする  
 すると、 $+Q$  [C] の電荷による斥力が働く  
 つまり、この試験電荷にクーロン力が  
 働いているのでこの空間には「電場」が  
 存在していることになる

考え方を変えると

$+Q$  [C] の電荷の存在によって空間が変化し力を受ける



# 電場(電界)

試験電荷1個に着目して  
クーロン力を考えると

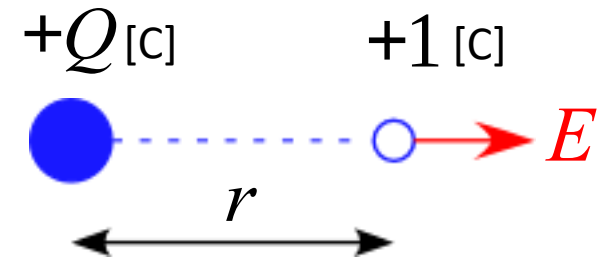
$$F = k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{Q \cdot 1}{r^2} = \boxed{k \frac{Q}{r^2}}$$

この  $F$  は  $+1$  [C] 当たりのクーロン力と考えられ、  
これが電場  $E$  である

任意の  $+q$  [C] 電荷を持ってくれば

$$\boxed{F = qE}$$

となり、クーロン力と同じになります。



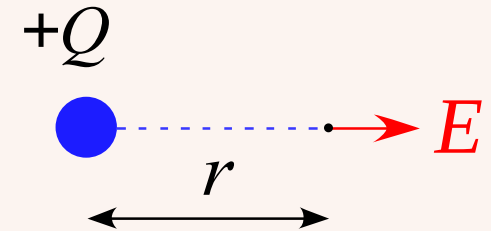
# 電場(電界)

## 定義

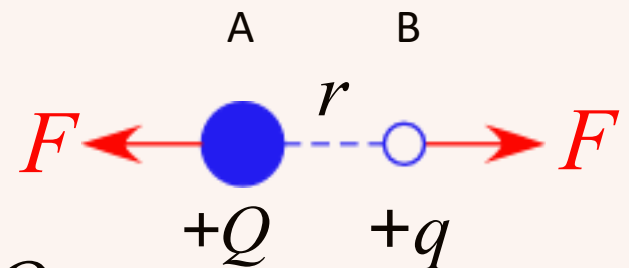
電場は  $+1[\text{C}]$  に働く力で定義される

点電荷  $+Q[\text{C}]$  から  $r[\text{m}]$  だけ離れた電場  $E$  の大きさは

$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad [\text{N/C}]$$



## クーロンの法則



$$F = k \frac{Qq}{r^2} \quad [\text{N}]$$

# 電場～電気力線

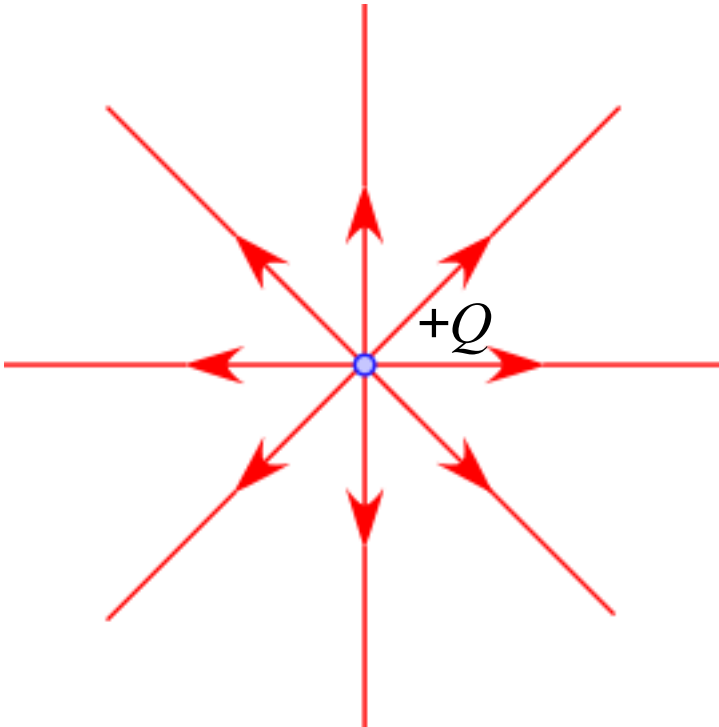
電気力線

電場の様子を視覚的に表す方法

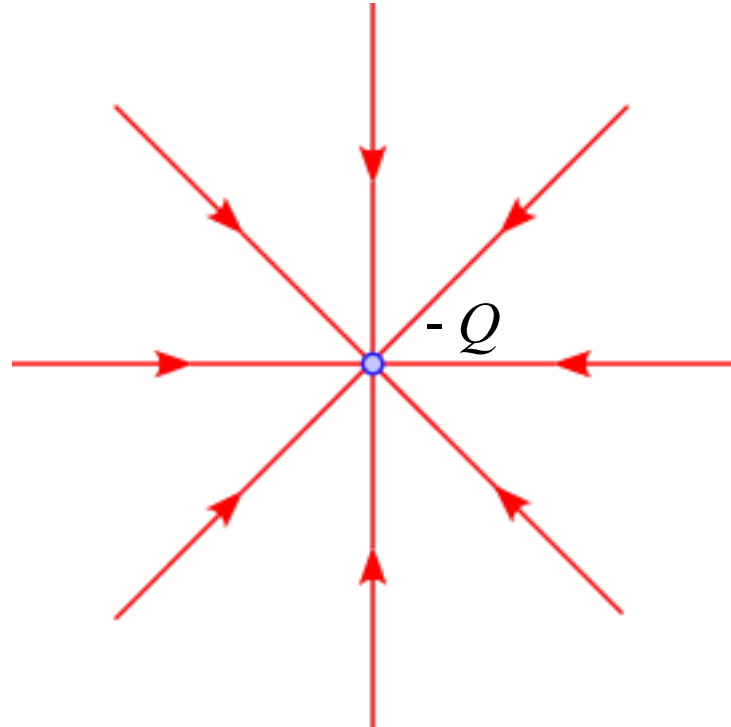
試験電荷が静電気力を受けて移動する道筋

$+Q$  の電荷の存在によって空間が変化する

点電荷  $+Q$ [C] が存在

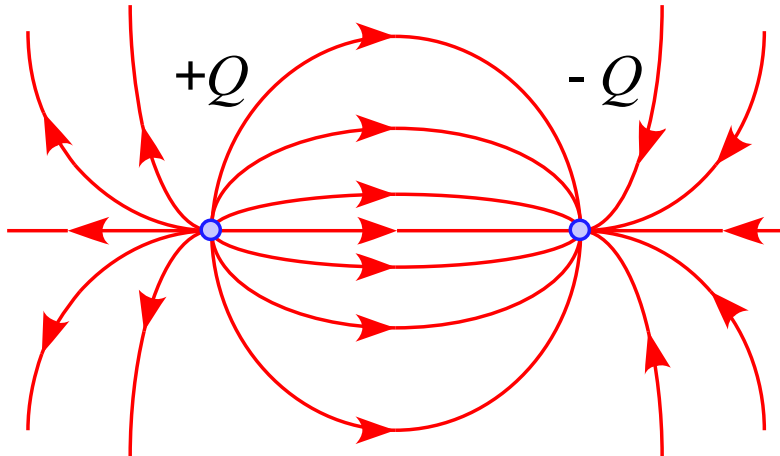


点電荷  $-Q$ [C] が存在

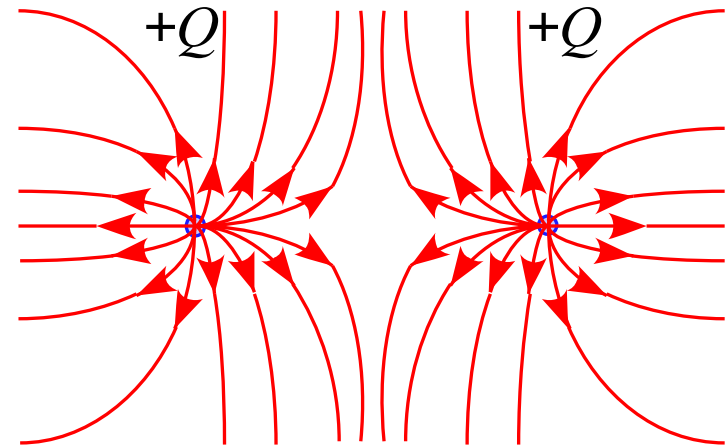


# 電場～電気力線

点電荷  $+Q$ [C] と  $-Q$ [C] が存在



点電荷  $+Q$ [C] と  $+Q$ [C] が存在



## 電気力線の性質

- ・電気力線は正電荷から始まり、負電荷で終了する(途中で消えない)
- ・電荷が1個しかない場合は、無限遠方まで続いている
- ・電気力線の各点の接線は、その点の電場の向きを示している
- ・電気力線の密集地では、電場の大きさが大きい
- ・電気力線自体は短くなろうとする
- ・電気力線は交差しない

# 電場～静電エネルギー

電場中の電荷には静電気力(クーロン力)が働く

静電気力による位置エネルギー

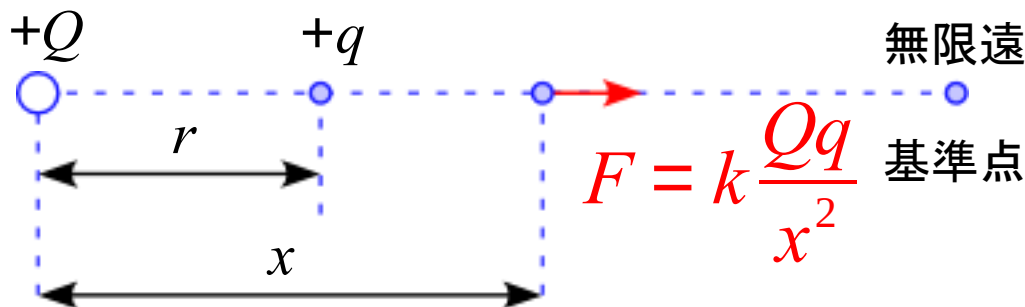


静電エネルギー

点電荷  $Q$  から距離  $r$  の位置にある点電荷  $q$  がもつ静電エネルギー

$$U = k \frac{Qq}{r} \quad [\text{J}]$$

但し、 $U$  の基準は  $U = 0$  となる無限遠方 ( $r = \infty$ ) である



無限遠からクーロン力に  
逆らって移動させる

# 静電エネルギー～電位

電位

試験電荷  $+1$  [C] がもつ静電エネルギー



単位電荷当たりの位置エネルギー

即ち、

静電エネルギー  $U$ 、着目している電荷  $+q$  とすると

電位  $V$  は

$$V = \frac{U}{q}$$

$+1$  [C] の電荷を、静電気力に逆らって  
基準点から考えている点まで運ぶのに要する仕事

となる

$+1$  [C] の電荷に  $1$  [J] の仕事をして、基準点からある場所まで移動させたとき、  
そのある場所の電位を  $1$  [V] とする。

# 静電エネルギー～電位

点電荷の場合

$$V = \frac{U}{q} = k \frac{Qq}{r} \cdot \frac{1}{q} = k \frac{Q}{r}$$

となる

これは、無限遠を基準とした、

$Q$  [C] の電荷から  $r$  [m] 離れた点での電位  $V$  [V]を表している

# 電位～等電位面

等電位面

電位が等しい平面、曲面

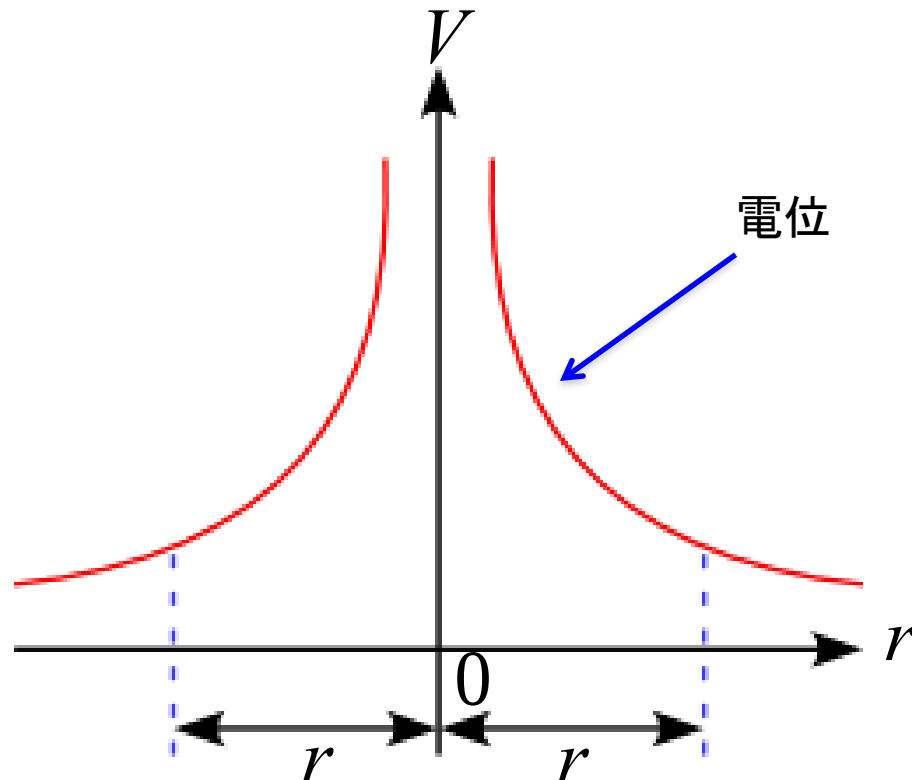


単位電荷当たりの位置エネルギー

点電荷  $+Q$  が1つ存在しているとする  
電位  $V$  は

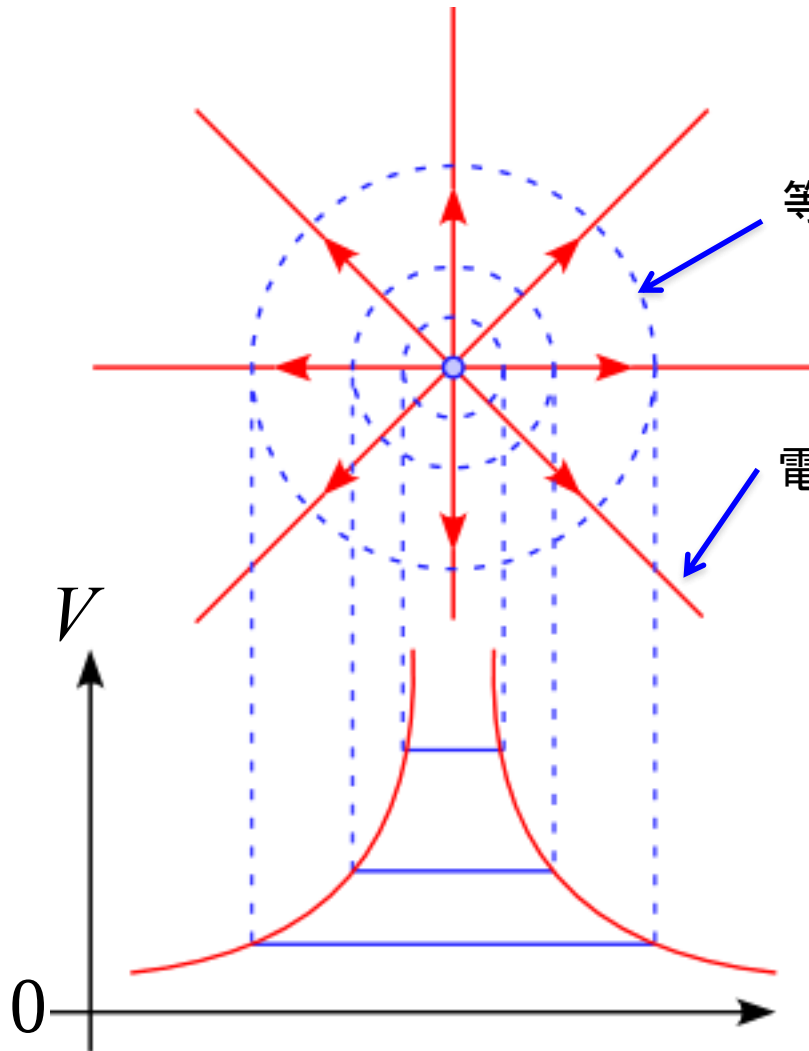
$$V = \frac{U}{q} = k \frac{Q}{r}$$

と表せる

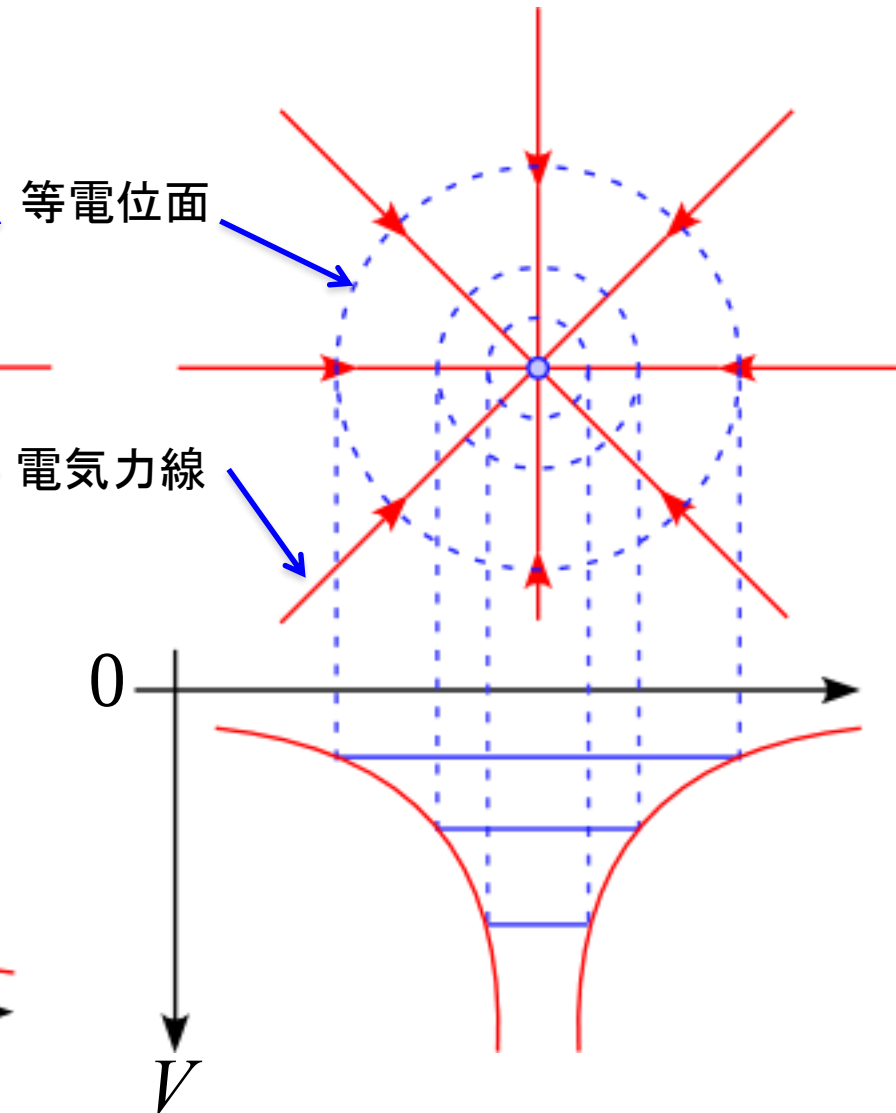


# 電位～等電位面

点電荷  $+Q$ [C] が存在



点電荷  $-Q$ [C] が存在



# クーロン力～ベクトル

クーロン力のベクトル表示

図のように2つの点電荷があるとする

AB間の距離は

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$$

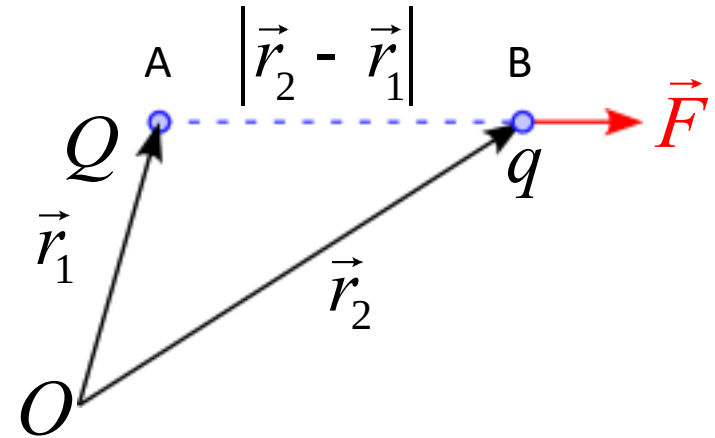
であるから、  
クーロン力  $\vec{F}$  の向きを表す単位ベクトル  $\vec{i}$  は

$$\vec{i} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

となるので

$$\vec{F} = k \frac{Qq}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

と表せる

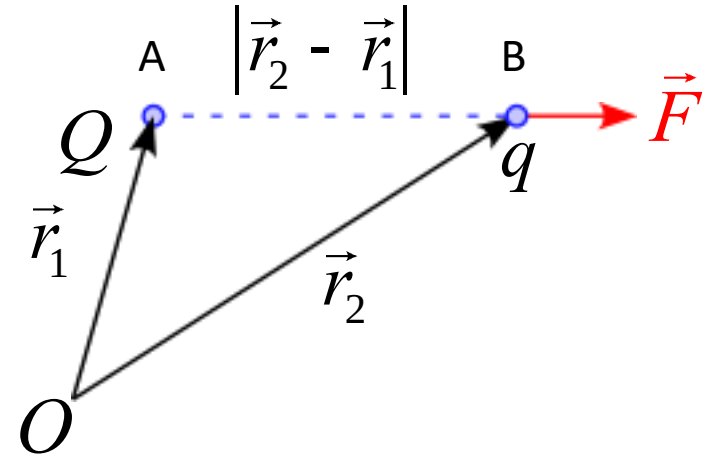


# 電場～ベクトル

電場  $\vec{E}$  は  
単位電荷に働くクーロン力なので  
Aの点電荷  $Q$  が、Bの位置につくる電場は

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} \\ &= k \frac{Q}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}\end{aligned}$$

と表せる



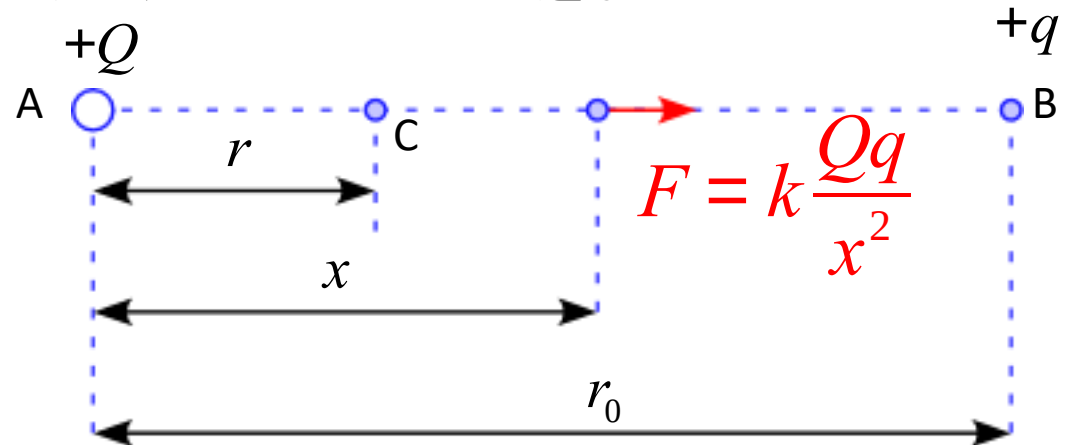
# クーロン力～静電エネルギー

図において、点電荷  $q$  をクーロン力に逆らってBからCまで運ぶのに必要な仕事を考える

Aから距離  $x$  の地点の力は

$$F = k \frac{Qq}{x^2}$$

よって運動方程式は



$$ma = k \frac{Qq}{x^2} - f$$

$$m \frac{dv}{dt} = k \frac{Qq}{x^2} - f$$

両辺を  $x$  で積分すると

$$\int m \frac{dv}{dt} dx = \int \left( k \frac{Qq}{x^2} - f \right) dx$$

$$\int m \frac{dv}{dt} v dt = \int \left( k \frac{Qq}{x^2} - f \right) dx$$

# クーロン力～静電エネルギー

$$\int \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) dt = \int k \frac{Qq}{x^2} dx + \int (-f) dx$$

$$t = 0 \text{ で } x = r_0, v = 0$$

準静的過程

$$t = t' \text{ で } x = r, v = 0$$

$$\left[ \frac{1}{2} m v^2 \right]_0^0 = \left[ -k \frac{Qq}{x} \right]_{r_0}^r - \int_{r_0}^r f dx$$

$$0 = -kQq \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) - \int_{r_0}^r f dx$$

$$kQq \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) = - \int_{r_0}^r f dx$$

# クーロン力～静電エネルギー

ここで、基準点Bを無限遠とすると

$$kQq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right) = -\int_{r_0}^r f dx$$

$$k \frac{Qq}{r} = -\int_{r_0}^r f dx$$

$$U = W_{\text{手}} = k \frac{Qq}{r}$$

となる

(参考)

# クーロン力～静電エネルギー

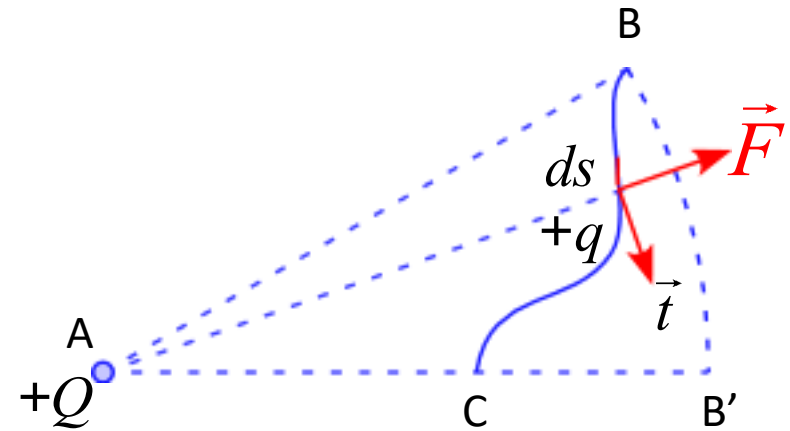
A点の点電荷  $Q$  がつくる電場の中を、B点から点電荷  $q$  を任意の経路を経てC点まで運ぶ仕事を考える

短い区間  $ds$  を移動するときに必要な仕事は

$$dW = -\vec{F} \cdot d\vec{s}$$

よって求める仕事は

$$\begin{aligned} W &= - \int_{BC} (\vec{F} \cdot \vec{t}) ds \\ &= -q \int_{BC} (\vec{E} \cdot \vec{t}) ds \end{aligned}$$



ここで、A点を中心とする半径ABの円を考え、ACの延長線上の点をB' とすると経路BB'は移動方向と力の向きが垂直なので仕事は 0 であるから

$$W = -q \int_{BC} (\vec{E} \cdot \vec{t}) ds = -q \int_{B'C} (\vec{E} \cdot \vec{t}) ds$$

となる

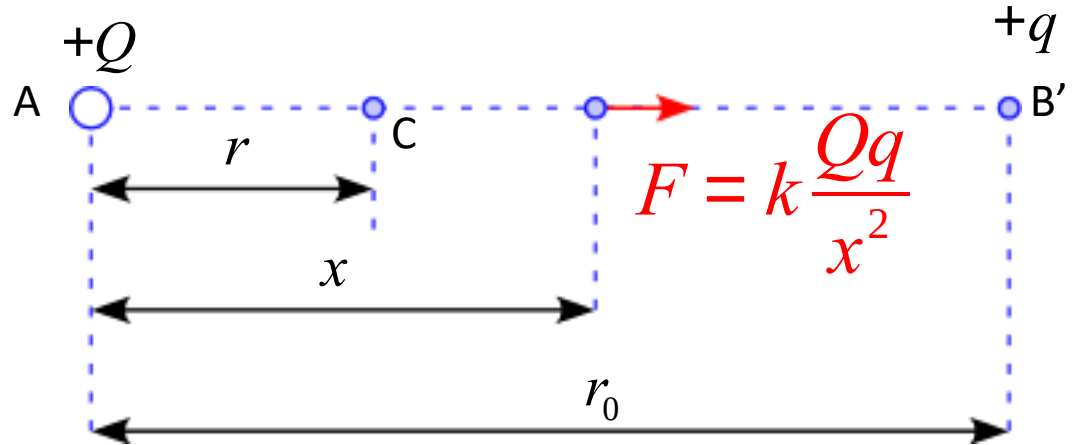
(参考)

# クーロン力～静電ポテンシャル

これは図の様に簡単に考えられるので  
以前の計算と同様に

$$W_{\text{手}} = kQq \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

となる



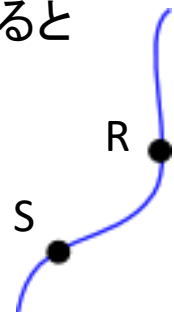
電位の定義から電位 (静電ポテンシャル) を  $f$  とおくと

$$\phi = \frac{W}{q} = - \int_{BC} (\vec{E} \cdot \vec{t}) ds$$

ある任意の点R、点Sを考え、それぞれの静電ポテンシャルを  $f_R, f_S$  とすると  
点Sに対する点Rの静電ポテンシャルは

$$\phi_R - \phi_S = - \int_{RS} (\vec{E} \cdot \vec{t}) ds$$

となる



(参考)

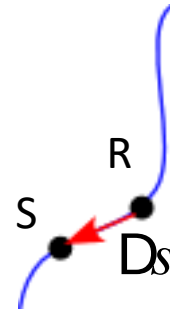
# クーロン力～静電ポテンシャル

ここで、RS間の距離が微小の場合

$$f_R - f_S = - \left( \vec{E} \cdot \vec{t} \right) Ds$$

$$\vec{E} \cdot \vec{t} = - \lim_{Ds \rightarrow 0} \frac{f_R - f_S}{Ds}$$

$\vec{RS}$ 方向の電場の成分



これを3次元空間に拡張すると  
電場の  $x$  成分は  $\vec{E} \cdot \vec{i}$  となるので

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) \cdot \vec{i} &= - \lim_{Dx \rightarrow 0} \frac{f(x + Dx, y, z) - f(x, y, z)}{Dx} \\ &= - \frac{\nabla f(x, y, z)}{\nabla x} \end{aligned}$$

(参考)

# クーロン力～静電ポテンシャル

同様に、電場の $y, z$ 成分は $\vec{E} \cdot \vec{j}, \vec{E} \cdot \vec{k}$ となるので

$$\vec{E}(x, y, z) \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial y} \quad \vec{E}(x, y, z) \cdot \vec{k} = -\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial z}$$

よって

$$\vec{E}(x, y, z) = \left( -\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x}, -\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}, -\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \right)$$

従って、

$$E(\vec{r}) = \left( -\frac{\partial f(\vec{r})}{\partial x}, -\frac{\partial f(\vec{r})}{\partial y}, -\frac{\partial f(\vec{r})}{\partial z} \right) \\ = - \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) f(\vec{r}) = -\nabla f(\vec{r})$$

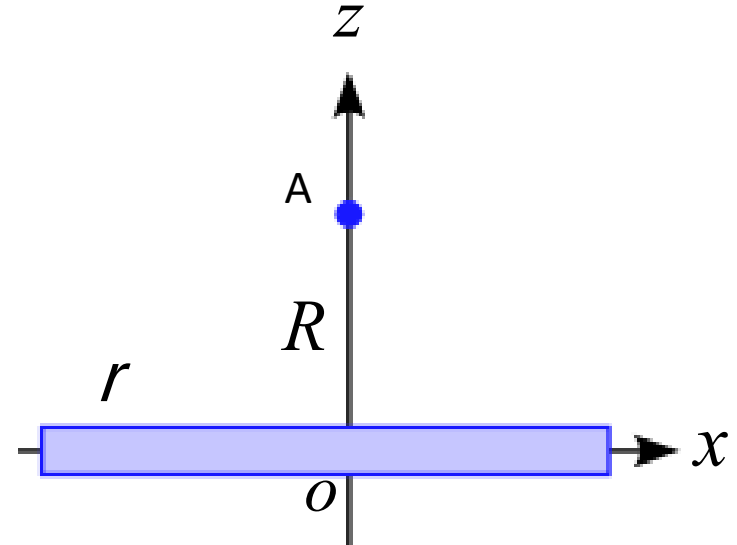
$\nabla f$   
grad  $f$   
 $f$  の「勾配」

# クーロンの法則～線電荷

単位長さあたりの電気量(線密度)が  $\lambda$  である無限に長い直線上の電荷がある。

直線から距離  $R$  にある点Aでの電場の大きさを求めよ。

但し、線の太さは無視できるものとする。



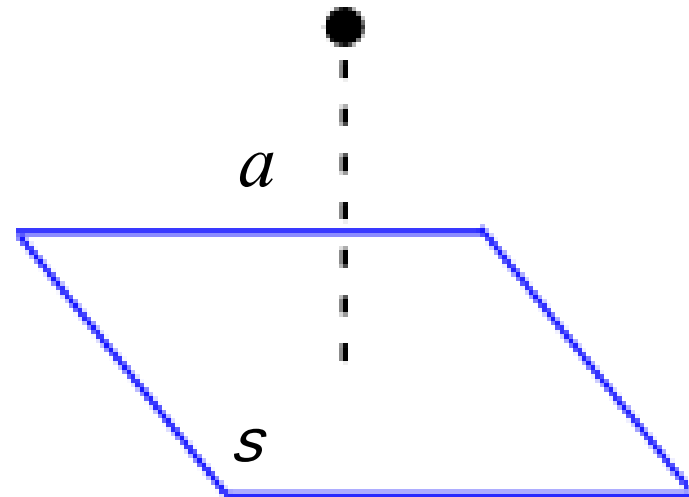
# クーロンの法則～面電荷

無限に広い平面がある。

この平面上に面密度  $S$  で一様に電荷が分布しているとする。

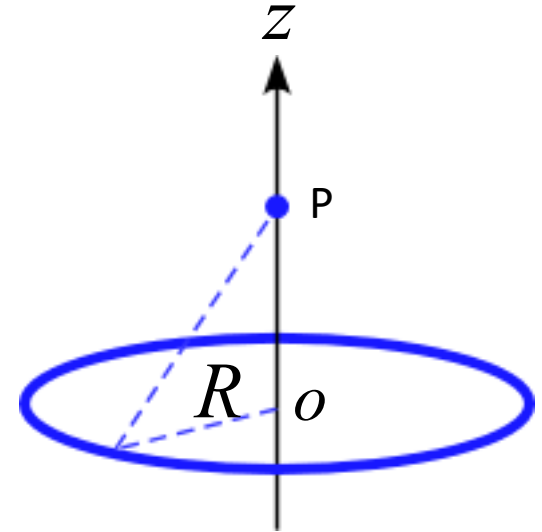
この平面から距離  $a$  だけ離れた点での電場の大きさを求めよ。

但し、真空誘電率は  $\epsilon_0$  とする。



# クーロンの法則～リング状電荷

図のような  $z$  軸を中心軸にもつ半径  $R$  のリング状の電荷がある。  
単位長さあたりの電荷量(線密度)が  $\lambda$  である場合、  
 $z$  軸上の点  $P$  での電場の大きさを求めよ。



# クーロンの法則～周辺のまとめ

クーロン力  
(静電気力)

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

$$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \quad \frac{\text{C}^2}{\text{m}^2} = [\text{N}]$$

$$\times \frac{1}{q}$$

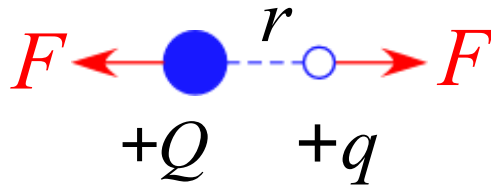


電場

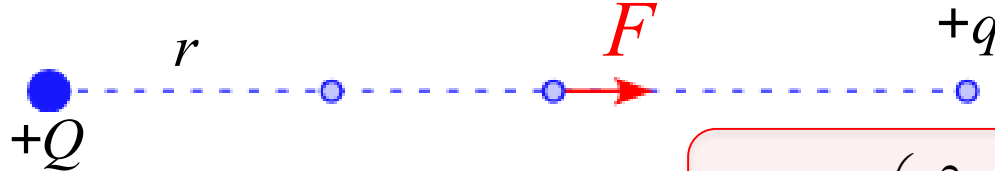
+1 [C] 当たりのクーロン力

$$E = \frac{F}{q} = k \frac{Qq}{r^2} \frac{1}{q} = k \frac{Q}{r^2}$$

$$\frac{\text{N}}{\text{C}} = [\text{N} / \text{C}]$$



仕事(力の距離積分)



静電エネルギー

$F$  に逆らってする仕事

$$U = W = - \int F dx = - \int_{r_0}^r k \frac{Qq}{r^2} dx$$

$$= kQq \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad r_0 \rightarrow \infty \quad \xrightarrow{\text{無限遠基準}} = k \frac{Qq}{r}$$

$$\times \frac{1}{q}$$



$$E(\vec{r}) = - \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) f(\vec{r}) = - \nabla f(\vec{r})$$

電位:  $V, f$

+1 [C] 当たりの静電エネルギー

+1 [C] の電荷に 1 [J] の仕事を 1 [V]

$$V = \frac{U}{q} = k \frac{Qq}{r} \frac{1}{q} = k \frac{Q}{r}$$