

2018レポート課題  
物理学基礎 (力学)  
情報科学部・情報工学科

# 課題1

ベクトル  $\vec{A}, \vec{B}$  を

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

としたとき

(1) 2つのベクトルの外積が

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

となることを示せ。

(2) 外積の大きさ  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  が、 $|\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$  となることを示せ。

# 課題2

等加速度運動の速度と変位の式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

から、

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

を導け。

# 課題3

単振動の運動方程式の一般解について

$$x(t) = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$$

から

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin(\omega t + \delta) \\ &= A \sin(\omega t + \delta) \end{aligned}$$

と表せることを示せ。

# 課題4

質点が単振動している。1周期についての運動エネルギーの平均値  $\overline{K}(t)$  と位置エネルギーの平均値  $\overline{U}(t)$  を求め、これらが等しいことを示せ。

# 課題5

次の式を証明せよ。但し、 $\phi$  はスカラーとする。

$$(1) \quad \frac{d}{dt}(\phi \vec{A}) = \frac{d\phi}{dt} \vec{A} + \phi \frac{d\vec{A}}{dt}$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$(3) \quad \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt}$$

# 課題6

平面の極座標において、

(1) 速度  $v_r$  と速度  $v_\theta$  が

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$$

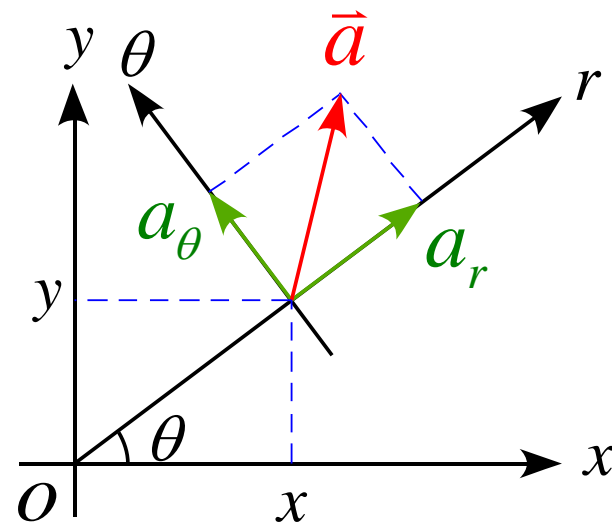
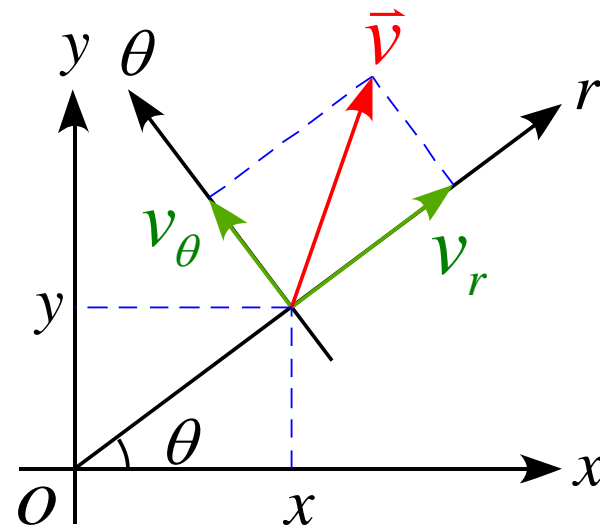
となることを示せ。

(2) 加速度  $a_r$  と加速度  $a_\theta$  が

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

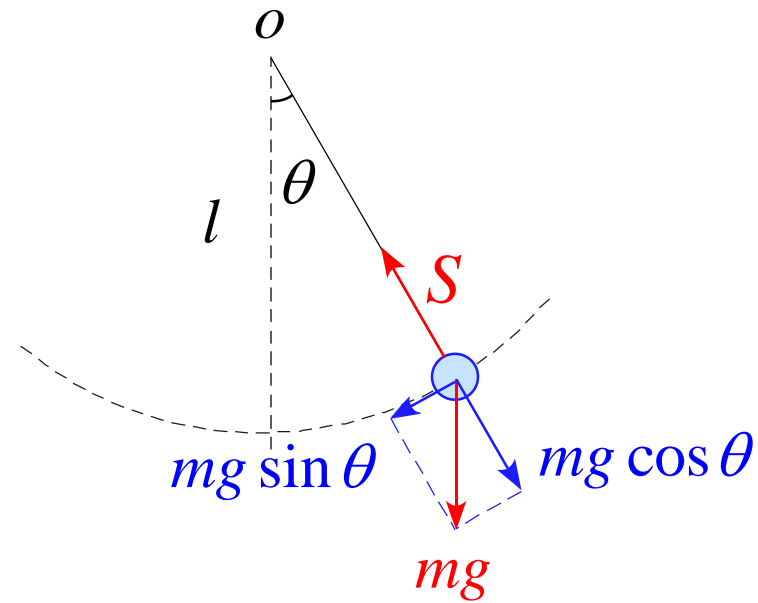
$$a_\theta = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \left( \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$$

となることを示せ。



# 課題7

右図の単振り子において、エネルギー保存について論じ、最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。



Hint) 極座標表示の運動方程式から導くとよい。



# 課題8

長さ  $l$  の糸につるされた質量  $m$  の物体が単振り子運動をするとき  
 $\theta$  方向の運動方程式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta$$

と表される。

ここで、 $\theta$  が十分に小さい場合  $\sin \theta \simeq \theta$  の近似を使い

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \theta$$

として考えることができ、

振れ角:  $\theta(t) = A \sin(\omega t + \delta)$

周期:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

となる。

しかし、 $\theta$  が大きくなるにつれて周期にズレが生じる。このズレについて考えよう。

(1)  $\sin \theta \simeq \theta$  の近似を使用しないで周期  $T$  を計算せよ。

(2) 周期  $T$  の誤差が 1% を超える角度[°]はいくらになるか有効数字2桁で求めよ。

注) (2)は解答のみの記述は評価しないものとする。

エネルギー保存則は成立する  
として考えてよい

# 課題9

床の上に線密度  $\rho$  の鎖が置いてある。

この鎖の端を持って鉛直に引き上げる運動を考える。

重力加速度を  $g$  として以下の問いに答えよ。

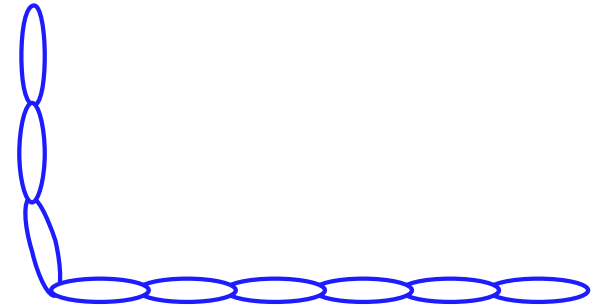
引き上げた部分の長さが  $x$ 、速度が  $v$ 、加速度が  $a$  となったとき

(1) 引き上げた部分の質量  $m$  を記述せよ。

(2) この時の運動方程式を記述せよ。

(3) 引き上げる力  $F$  の大きさを求めよ。

(4) 一定の速度  $v$  で引き上げる場合の力の大きさを求めよ。



注) (3),(4) において解答のみの記述は評価しないものとする。

# 課題10

平面内において中心力を受けて運動している質量  $m$  の質点がある。  
運動の軌道が

$$r = r_0 \cos \theta$$

で与えられるとき、この質点に働く中心力  $f$  はどのような力であるか考察せよ。

Hint)  $r$  に対してどのような関数になるかを示すとよい。