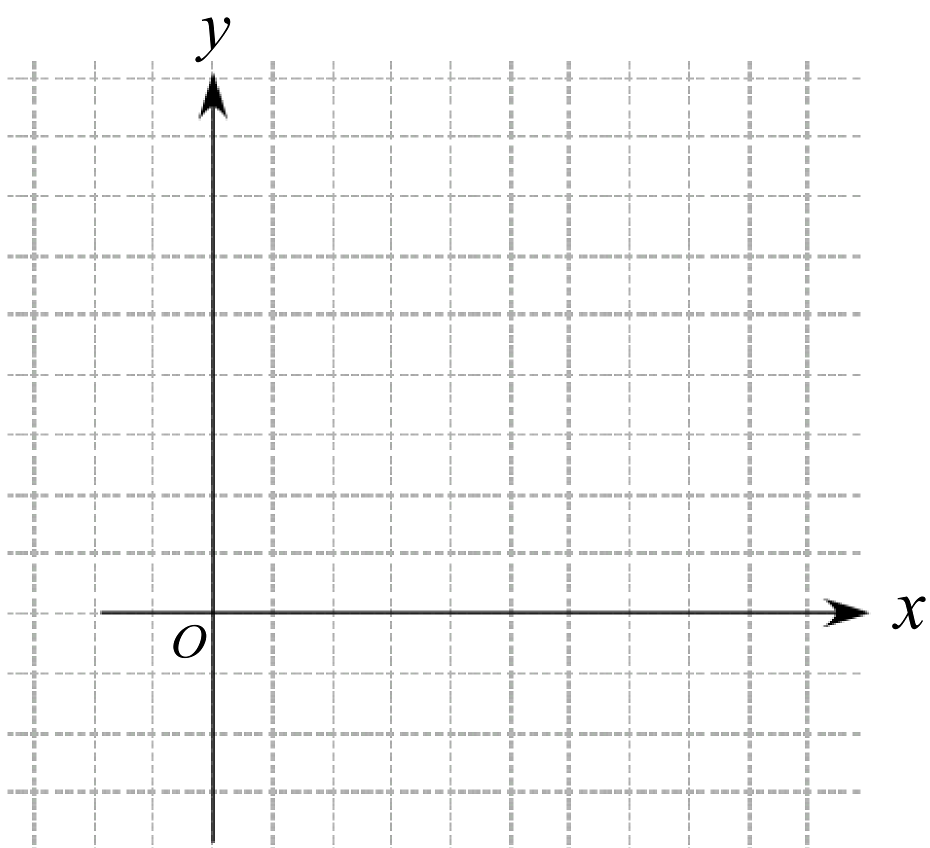
物理学基礎　問題集2018

～力学～

例題-01

ある歩行者が東に7km及び北に4km歩く。
合成変位を作図し、大きさを求めよ。
(1目盛は1km)



例題-02

x軸に沿って運動する質点 $t_1 = 1$[s]のとき $x_1 = 14$ [m]の位置にあり、

$t_2 = 3$ [s]のとき $x_2 = 4$ [m]の位置にある。

この時間における変位と平均速度を求めよ。

例題-03

x軸に沿って運動する質点が $v = 5+10t$ [m / s] に従って運動する。
この質点は$t = 0$ [s]における位置は 20 [m] である。

1. 加速度を時間 t の関数として表せ。

2. $t = 0$における質点の速度を求めよ。

3. 位置を t の関数として表せ。

例題-04

等速度運動と等加速度運動の変位と加速度を定義式から導け。
(但し、初期条件は $t=0$ で $x=0$ とする。)

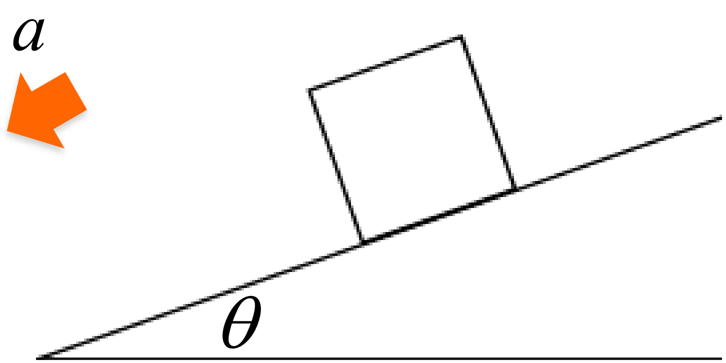
等速度運動 : $v = v_0$

等加速度運動 : $v = v_0 + at$

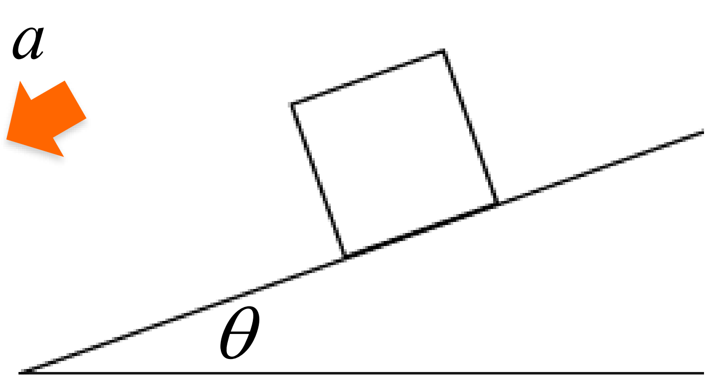
例題-05

それぞれの状態に置いて図に作用する力を書き込み、運動方程式を書け。

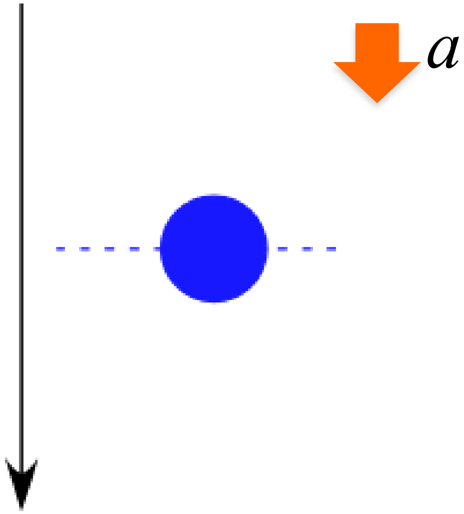
1. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦なし)



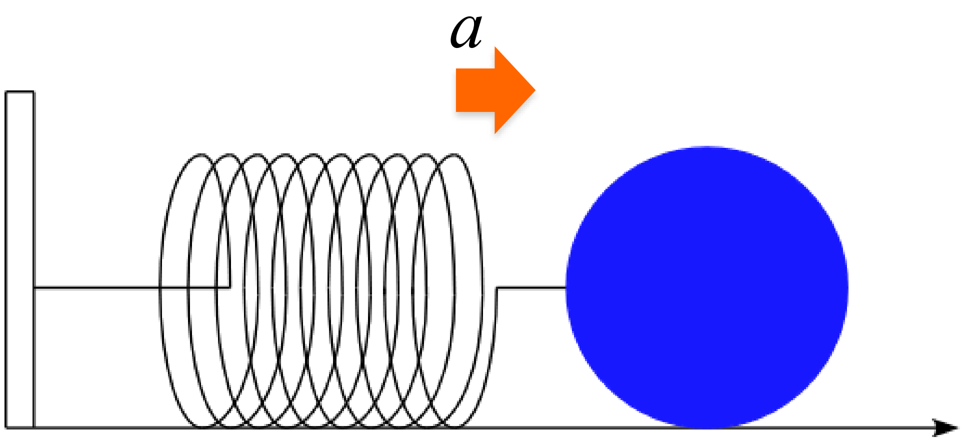
2. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦力 f あり)



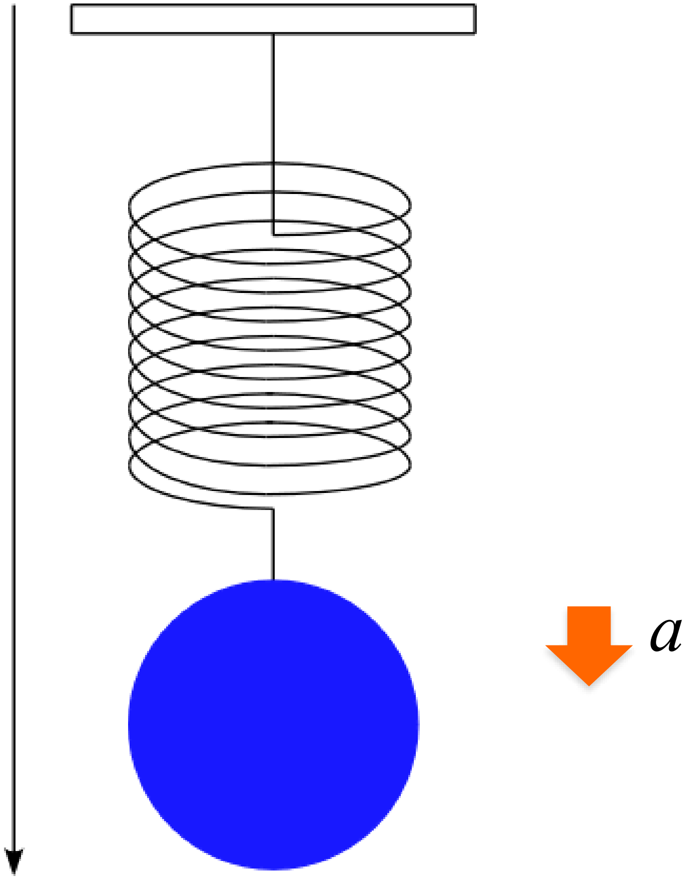
3. 質量 m 雨滴が落下する (空気の抵抗力の大きさは kv)



4. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とし、床との摩擦なしとする)



5. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とする)



例題-06

質量 m の質点が時間に依存する力 $F = kt^2$ を受けて運動している。
以下の問いに答えよ。
但し、$k > 0$, 定数とし、運動は一直線上の運動であるとする。

1. $t = 0$ から $t = t$ までの間の速度増加量 Δv を求めよ。

2. $t = 0$ から $t = t$ までの間の質点の移動距離 Δx を求めよ。
   (初速度をv_0として用いてよい。)

例題-07

摩擦がある斜面を質量mの物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。
但し、動摩擦力は$f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

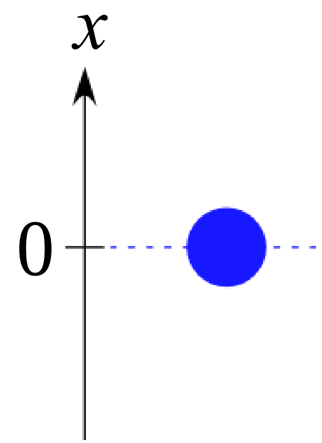
(1) 物体に作用する力を図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

例題-08

質量 m の物体を自由落下させる。
以下の問に答えよ。
但し、重力加速度はgとする。



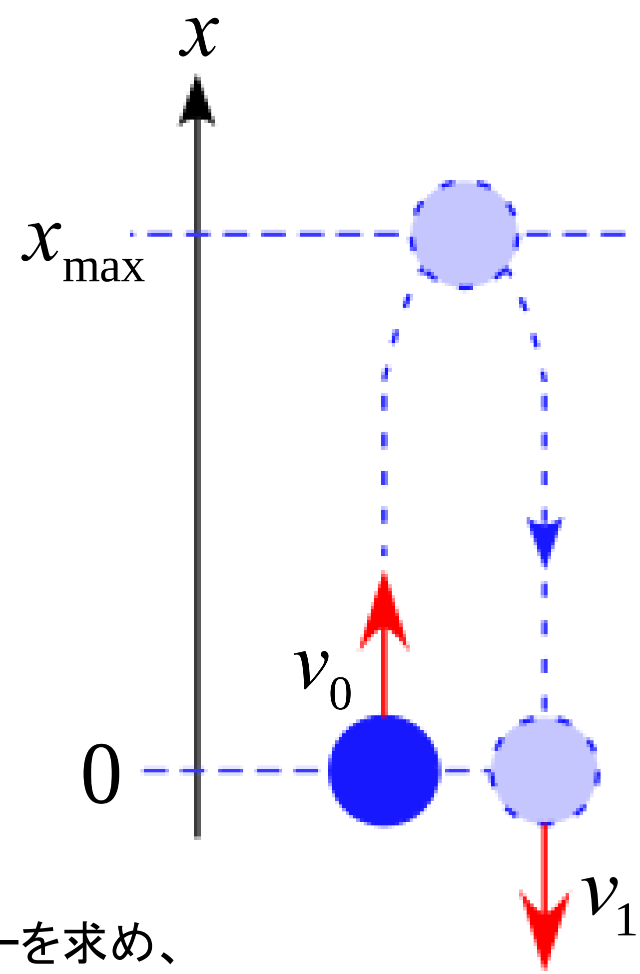
(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを
運動方程式から導け。

例題-09

質量 m の物体を鉛直方向に初速度 v_0 で投げ上げる運動



1. この運動の運動方程式を記述せよ

2. 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け

3. 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け

4. 最高点に達する時刻 $t_{\max}$ を求めよ

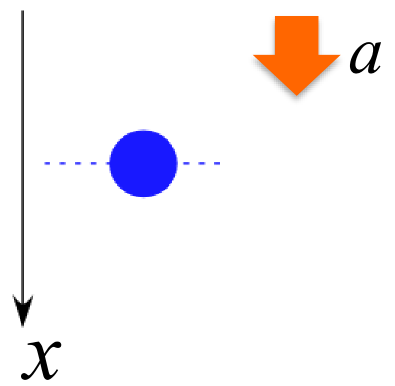
5. 最高点の位置 $x_{\max}$ を求めよ

6. 再び戻ってきた時の速度 v_1 を求めよ

7. ある時刻 t での運動エネルギーと位置エネルギーを求め、
その和が時間に寄らず一定であることを示せ

例題-10

質量 m 雨滴が落下する。
このとき、空気抵抗が働くものとし、その空気の抵抗力の大きさは kv とする。
以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度 $v(t)$ は

$$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

となる。

(3) $v - t$ グラフを書け。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。

例題-11

水平とθの角をなす斜面上に帆のついたそりを置き、そりが斜面に沿ってすべり落ちる運動を考える。
そりの質量をM, 動摩擦係数をμ, 重力加速度をg, とする。
そりには帆が張ってあり、そりの速さに比例した抵抗力がはたらくとする。
比例定数をk, として、以下の問いに答えよ

1. そりの速度が$v(t)$になったときのそりの加速度を$\alpha(t)$として、運動方程式を書け。

2. この運動の$v-t$グラフを書け。

3. そりが等速運動するようになったときの速度を求めよ。

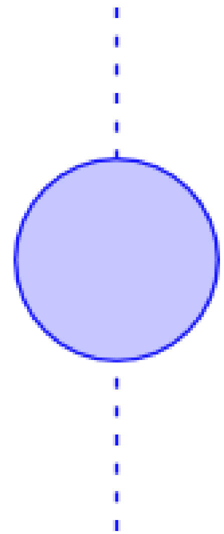
例題-12

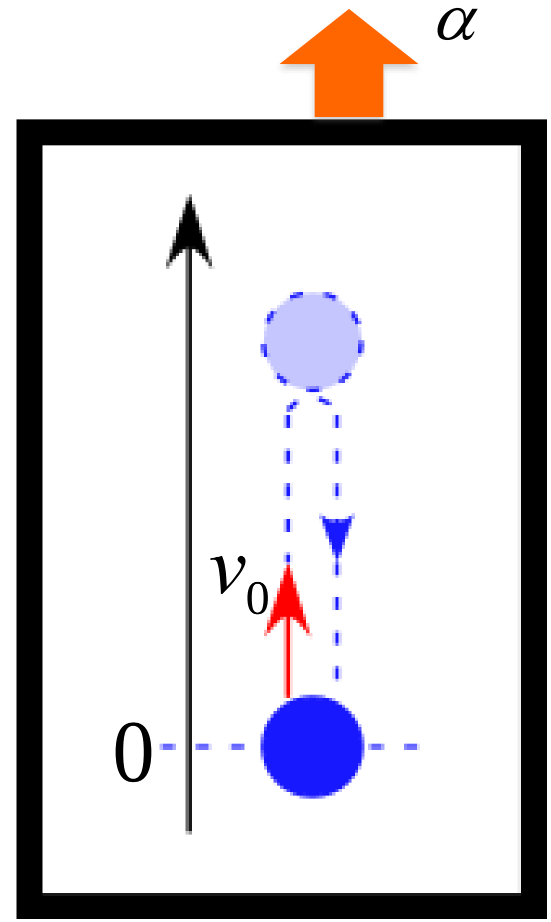
一定の加速度 α で上昇するエレベータがある。
このエレベータ内で質点を原点から初速度 v_0 で鉛直方向に投げ上げたところ、
t_0 秒後に再び原点に戻ってきた。以下の問に答えよ。
(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 質点に作用する力を記入せよ。

2. この運動の運動方程式を書け。

3. エレベータの加速度を求めよ。





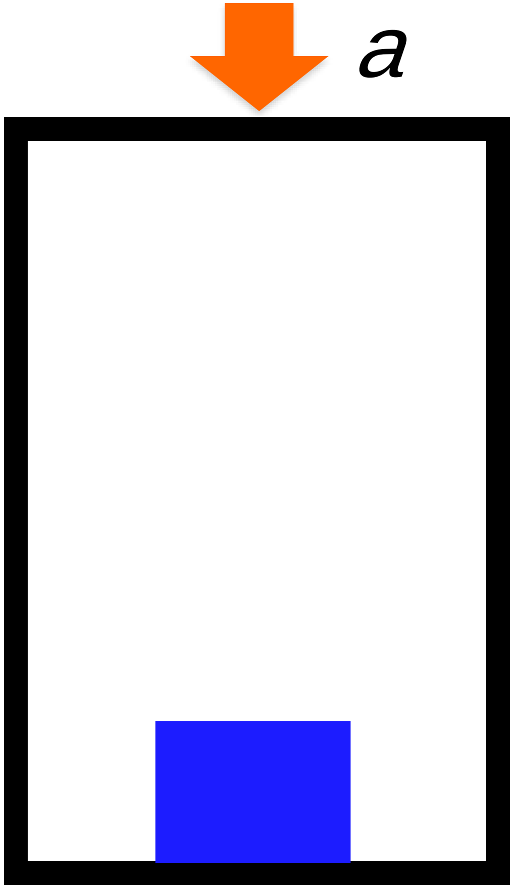
例題-13

一定の加速度 a で下降するエレベータがある。

このエレベータ内に質量 m の物体が床に置かれている。

以下の問に答えよ。(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 物体に作用する力を記入せよ。



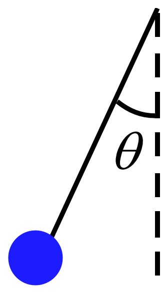
2. 物体が床から受ける垂直抗力 N を求めよ。

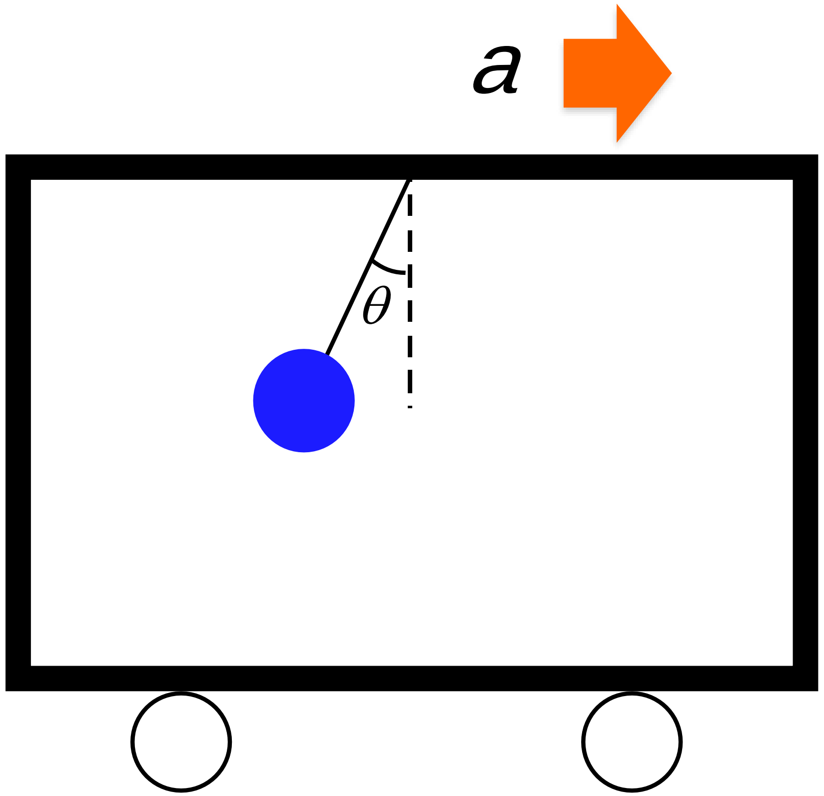
3. 物体が無重量になるための条件を求めよ。

例題-14

電車が一定の加速度 a で水平右向きに進んでいる。
この電車内に質量 m の物体を天井からつるしたところ
鉛直線と角度 θ をなして維持している。
以下の問に答えよ。(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 物体に作用する力を記入せよ。





2. $\tan\theta$ を表せ。

3. 糸の張力 T を求めよ。

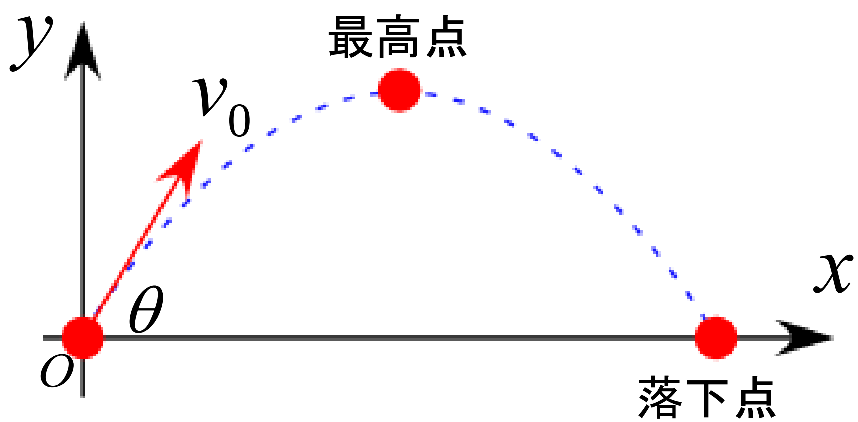
例題-15

質量 m の物体を斜めに投げる運動を考える

初速度 v_0 、水平面との角度 θ で投げたとする。

以下の問に答えよ。

(但し、重力加速度は g として用いること)



(1) 初速度を x, y 成分に分解し、図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を x, y 方向それぞれ記述せよ。

(3) 運動方程式から速度 $v_x(t), v_y(t)$ を計算せよ。

(4) 運動方程式から変位 $x(t), y(t)$ を計算せよ。

(5) 落下点に達する時刻 t_1 を求めよ。

(6) 落下点の位置 x を求めよ。

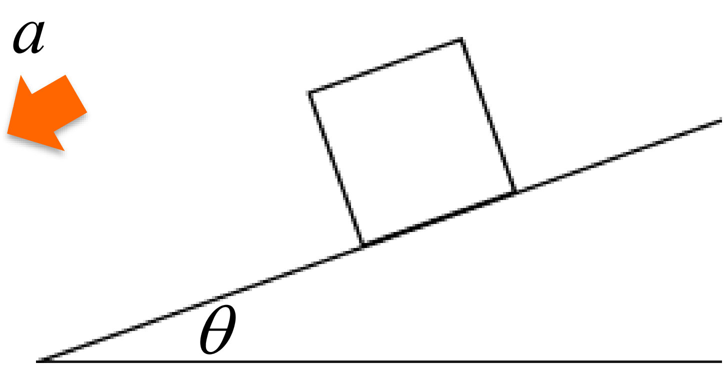
(7) 最高点に達する時刻 t_2 を求めよ。

(8) 最高点の座標 を求めよ。

(9) 飛距離最大となるための角度 θ_0 を求めよ。

例題-16

質量 m の物体が斜面を滑り降りる。(初速度は無いものとする)
斜面との摩擦力がない場合について以下の問に答えよ。



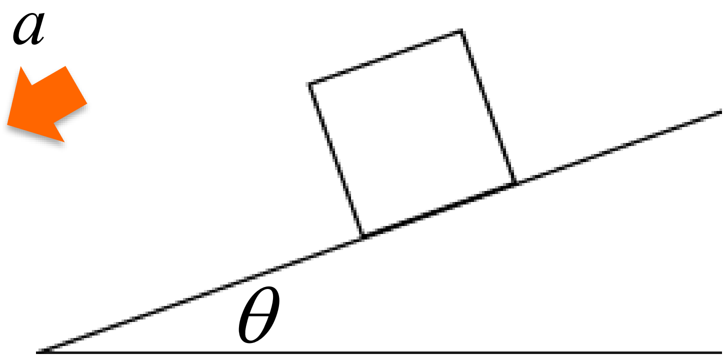
(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3)時間 t 後に物体が斜面を移動した距離を求めよ。

斜面との摩擦力f がある場合について以下の問に答えよ。

(動摩擦力 $f = \mu_k N$ として用いよ)



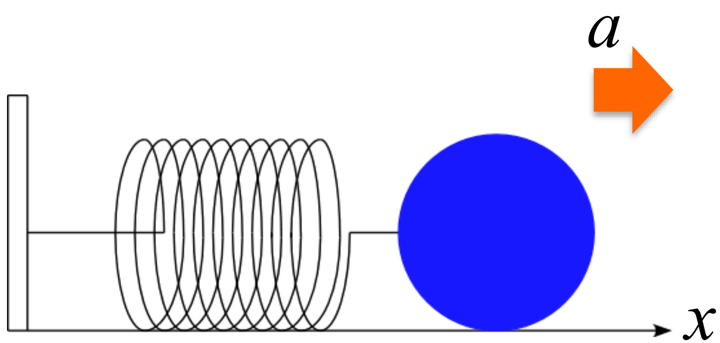
(4) 物体に作用する力を書き込め。

(5) この運動の運動方程式を記述せよ。

(6) この運動は等加速度運動であることを示せ。

例題-17

バネに質量 m の物体がついている。
バネ定数は k とし、床との摩擦なしとする。
以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) バネを x_0 だけ縮めたときの弾性力による仕事を計算せよ。

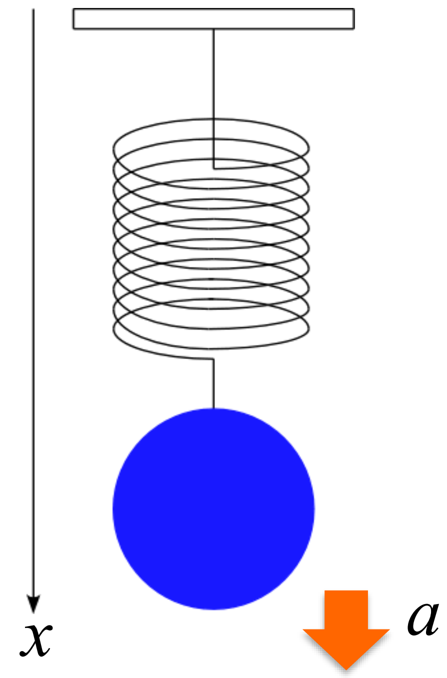
(4) バネの運動においてエネルギー保存則が成立していることを示せ。

続いて、同じバネを上から吊るした。

(5) 物体に作用する力を書き込め。

(6) この運動の運動方程式を記述せよ。

(7) この運動においてエネルギー保存則
が成立していることを示せ。

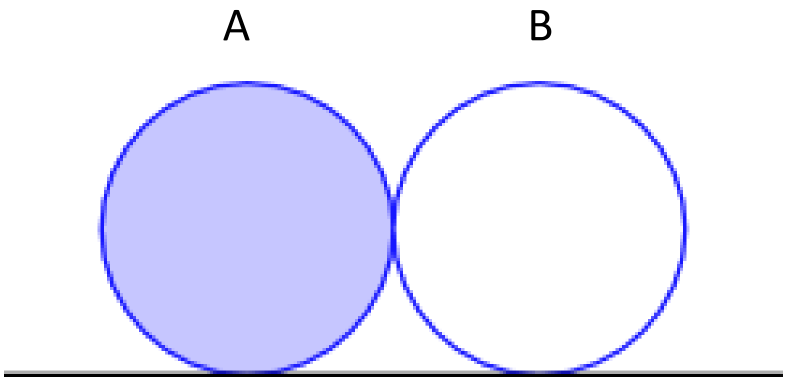


例題-18

２球の正面衝突を考える。

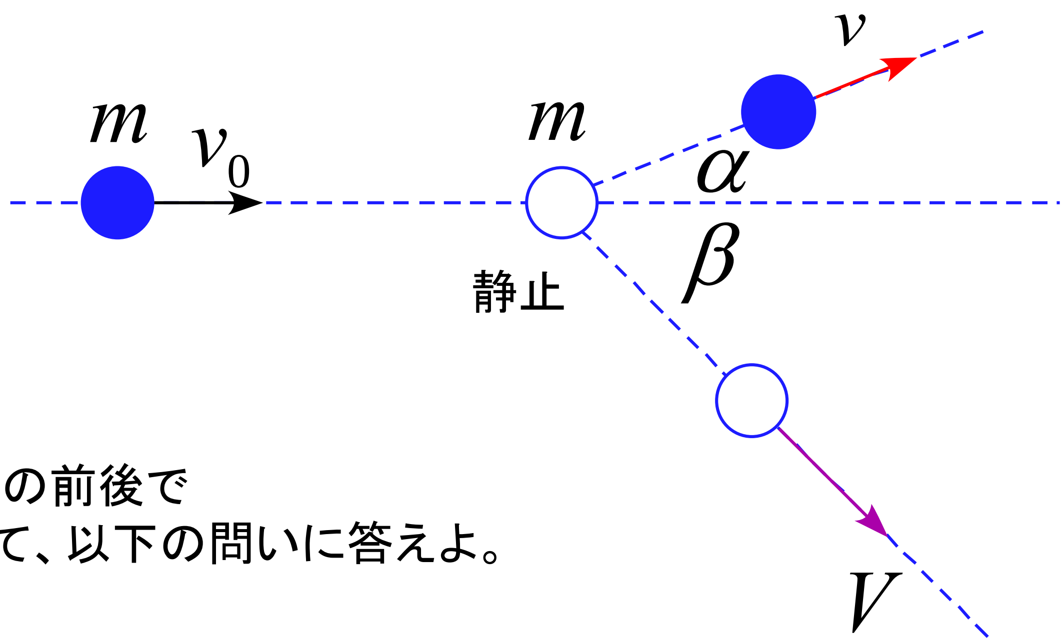
1. 衝突した瞬間の力を図に書き込め。

2. この運動で運動量が保存していることを示せ。



例題-19

斜衝突において、質量が同じであるとする。



衝突は弾性衝突であり、衝突の前後で
エネルギーは不変であるとして、以下の問いに答えよ。

1. 図の角 $\alpha + \beta$ を求めよ。

2. 速度比 $\dfrac{v}{V}$ を β を使って表せ。

例題-20

滑らかな水平面上で、後方に単位時間あたり m_0 の物質を噴出しながら運動する物体がある

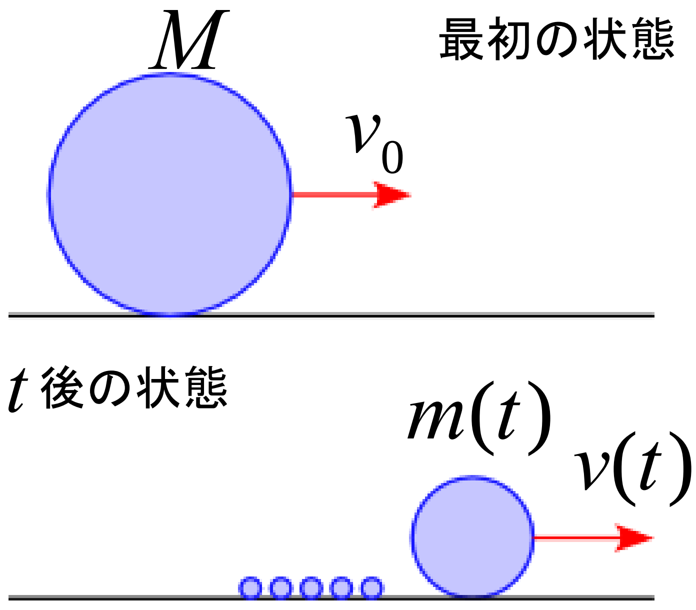
物体の初期質量を M 、初速度を v_0 とする

噴出物質の速度は常に 0 になるように噴出されるものとする

1. 時間 t 後の質量 $m(t)$ を記述せよ

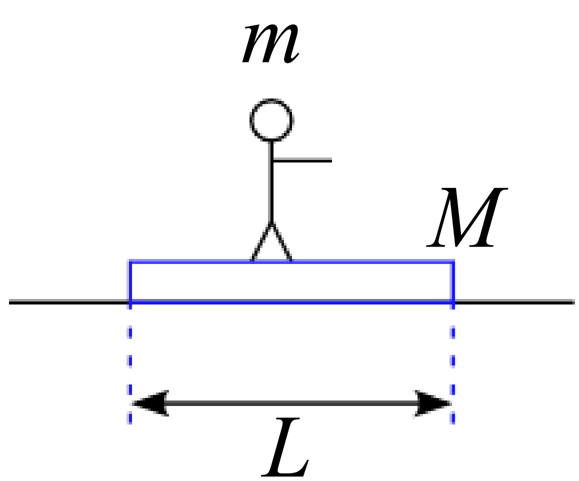
2. 時間 t 後の速度 $v(t)$ を求めよ

3. 時間 t 後の移動距離 $x(t)$ を求めよ



例題-21

滑らかな水平面上に質量 M 、長さLの板がある。
この板の上を質量 m の人が端から端まで歩くとする。



1. この運動に作用する力を図に書き込め。
   但し、板が人から受ける水平方向の力を Fとする。

2. この運動で人と板の運動方程式を書け。
   但し、板の変位 $x_1(t)$ 、人の加速度 $x_2(t)$とする。

3. 初速度 $v_0 = 0$のとき、板の移動距離を求めよ。

例題-22

床の上に線密度ρの鎖が置いてある。

この鎖の端を持って鉛直に引き上げる運動を考える。

重力加速度をgとして以下の問いに答えよ。

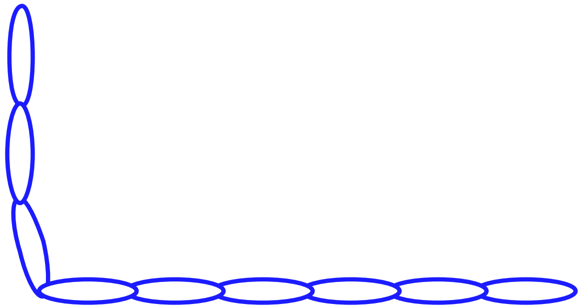
引き上げた部分の長さがx、速度がv、加速度がaとなったとき

1. 引き上げた部分の質量mを記述せよ。

2. この時の運動方程式を記述せよ。

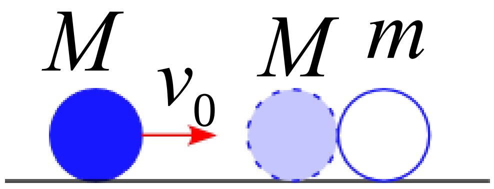
3. 引き上げる力Fの大きさを求めよ。

4. 一定の速度vで引き上げる場合の力の大きさを求めよ。



例題-23

一直線上での質点の衝突を考える。
静止している質量mの質点に、質量Mの質点が
速度v_0で衝突する。
但し、反発係数は



$$-e = \frac{\text{衝突後の相対速度}}{\text{衝突前の相対速度}}$$

となることを利用してよい。
以下の問に答えよ。

(1) 質点 M の衝突後の速度 v_1 を求めよ。

(2) 質点 m の衝突後の速度 v_2 を求めよ。

(3) 質点 M が衝突後に跳ね返るための M, m, e 関係式を
記述せよ。

(4) $M = m, e = 1$ のとき、どのような現象になるか記述せよ。

例題-24

単振動の一般解 $x(t)=A\sin\left(\omega t+\phi\right)$ **において、**
以下の初期条件を満たすような $x(t)$ **を求めよ。**

1. $x(0)=0, v(0)=v_0$

2. $x(0)=x_0, v(0)=0$

3. $x(0)=x_0, v(0)=v_0$

4. $x(t_1)=x_0, v(t_1)=0$

例題-25

なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。
バネは自然長の状態で静止しているとする。
以下の問いに答えよ。

$t=0$ で初速度 v_0 を壁向きに与えると、物体は単振動をした。
物体の質量を m 、バネ定数を k とする。

1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の速度 $v(t)$ を求めよ。

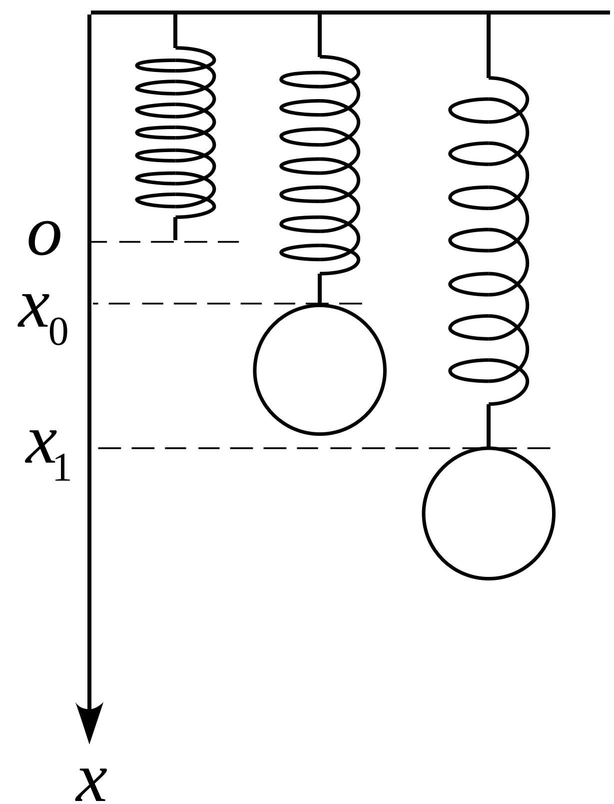
3. 物体の変位 $x(t)$ を求めよ。

4. 物体の加速度 $a(t)$ を求めよ。

5. $v(t), x(t), a(t)$ のグラフを横軸 t として描け。

例題-26

バネの片方を天井に固定し吊り下げた。このときのバネの下端を原点とする。
バネの下端に質量 m の物体を取り付けて静止させた。この位置を x_0 とする。
物体をそこからさらに x_1 の位置まで引き下げ、静かに離し振動させた。
この瞬間を $t=0$ とする。以下の問いに答えよ。



1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の速度 $v(t)$ を求めよ。

3. 物体の変位 $x(t)$ を求めよ。

例題-27

質量 m の物体が長さ L のひもにつるされている。
ひもをつるしている点を通る鉛直線を基準とし、振れ角 θ_0 で静かに手放した。
このときの位置を A とする。但し、$A \ll L$ である。
以下の問いに答えよ。

1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の運動は単振り子とみなせる。周期、振幅を求めよ。

3. 物体を手放した時刻を $t=0$ とすると、原点を初めて通過する時刻 t_1 を求めよ。

4. 物体の変位 $x(t)$ のグラフを横軸 t として描け。

例題-28

質点が単振動している。1周期についての運動エネルギーの平均値 $\overline{K}$と位置エネルギーの平均値 $\overline{U}$ を求め、これらが等しいことを示せ。

例題-29

質量 m の物体が長さ l のひもにつるされている。
ひもをつるしている点を通る鉛直線を基準とし、ひもの振れ角 θ を取る。
以下の問いに答えよ。

1. r **方向、**θ **方向の加速度を** a_r, a_θ **としたとき、**
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

2. 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \qquad a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

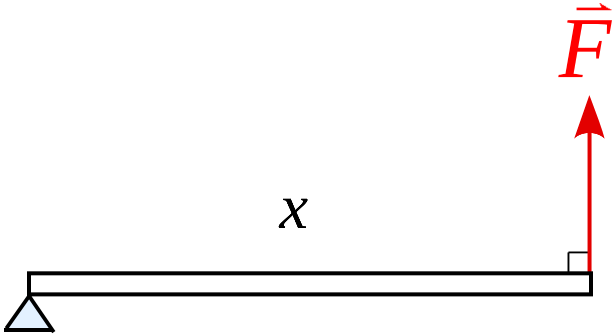
と表すことができる。
振れ角 θ が十分小さいときの周期 T を求めよ。

3. 物体を θ_0 まで傾け、$t=0$ で離したとする。
振れ角 $\theta(t)$ と、糸の張力 S を求めよ。
但し、θ_0 は十分に小さな角度であるとする。

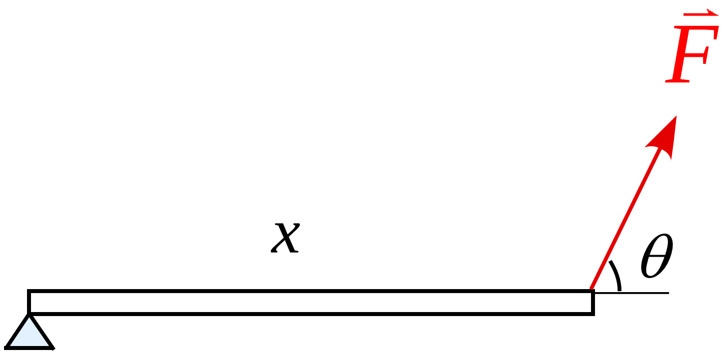
例題-30

以下の図の力のモーメント N を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

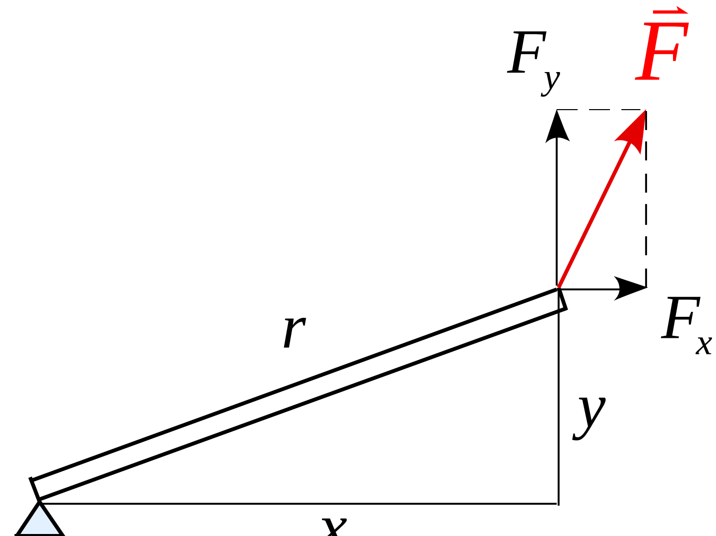
1.



2.

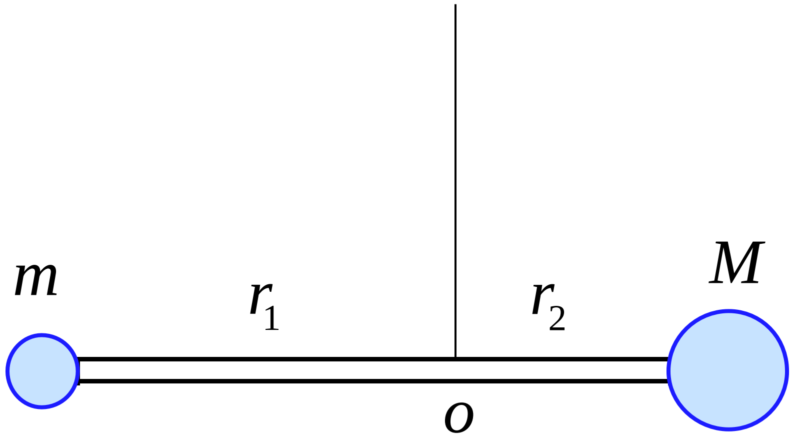


3.



例題-31

軽い棒の両端に質量 m の物体と質量 M の物体が図のように取り付けられていて点 o で糸につるされている。この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。



1. 棒に作用する力を書き込め。

2. 棒の運動方程式を記述せよ。

3. 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

4. 棒が回転しない条件 $\dfrac{r_1}{r_2}$ を求めよ。

例題-32

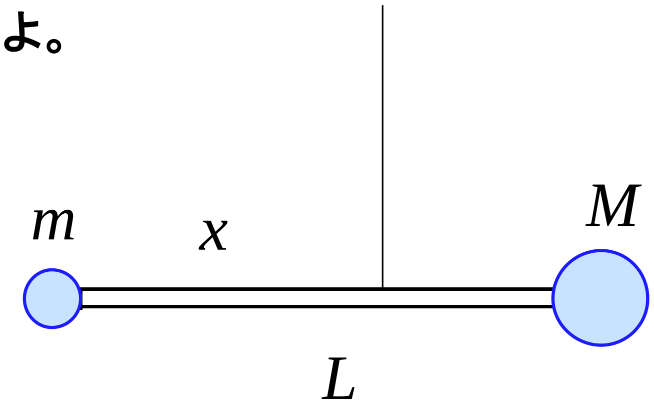
図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点が取り付けられ、糸でつるさている。

この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

1. 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。



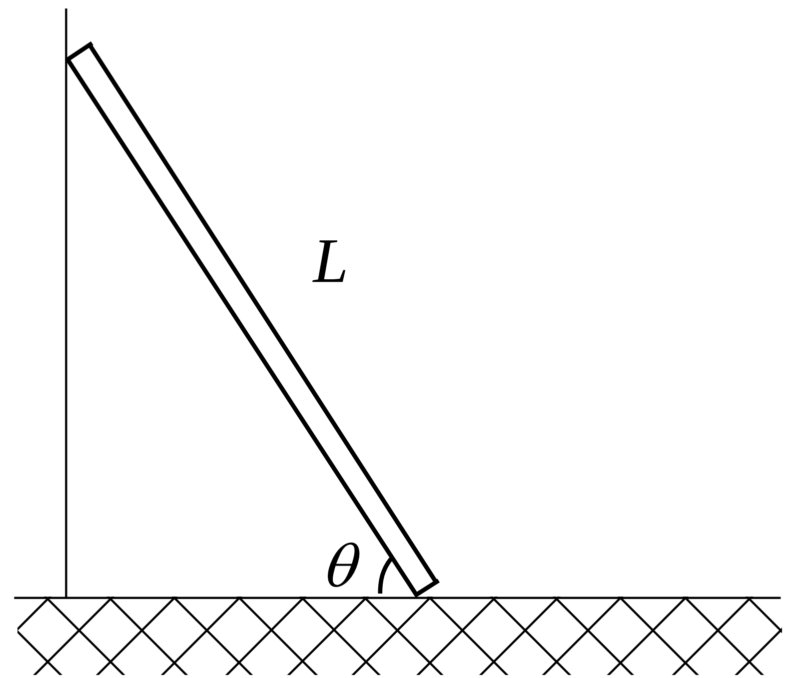
2. 棒の質量が m の場合

(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

例題-33

図のような長さ L、質量 m の棒が鉛直の壁に立てかけられている。
壁は滑らかであるが、床は粗いとする。
床と棒とのなす角 θ を小さくすると、棒は滑り出してしまう。
滑り出す直前の角 θ_0 の条件 $\tan\theta_0$ を求めよ。
但し、静止摩擦係数は μ を用いよ。



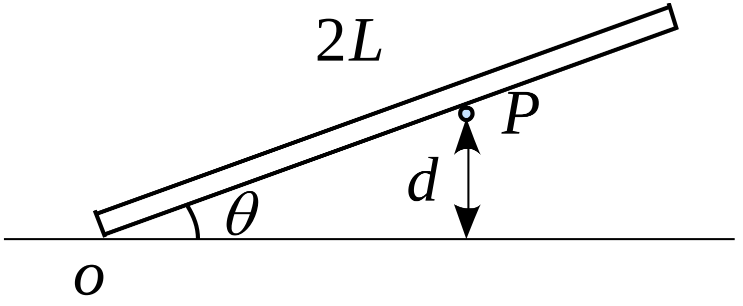
例題-34

粗い水平面上に一端を点 O に置き、点 Pに設置された釘に立てかけてある長さ $2L$ の棒がある。棒と水平面のなす角は θ、水平面から釘までの高さは d であるとする。棒全体の質量は mとして以下の問いに答えよ。

1. 棒に作用する力を書き込め。

2. 床と棒との垂直抗力を N 摩擦力を f 、釘からの垂直抗力を N' としたとき運動方程式を記述せよ。

3. 回転の運動方程式を記述せよ。



4. 水平面と接している点 Oにおける $\dfrac{f}{N}$ を求めよ。

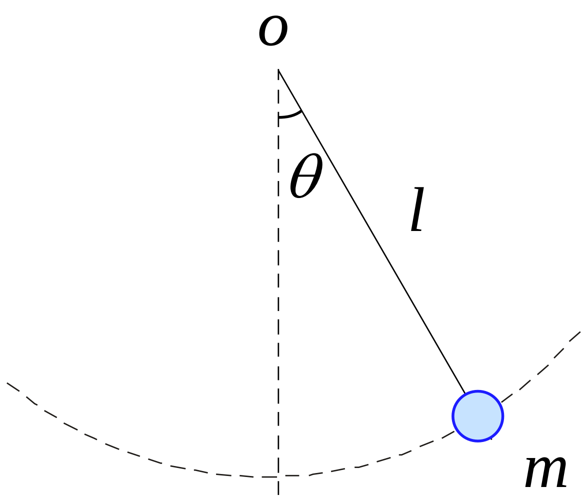
例題-35

質量 m の質点が xy 平面で半径 r_0 の円運動をしている。
$t=0$ で $(x,y)=(r_0,0)$ にあり、反時計まわりに角速度 ω で回転するとする。

1. 運動量 $\vec{p}=(p_x,p_y)$ を求めよ。

2. この運動における質点の角運動量 $\vec{L}$ を求めよ。

例題-36



図のような単振り子において、振れ角を θ としたとき、回転の運動方程式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

となることを示したい。以下の問いに答えよ。

1. 質点の速さを v としたとき、点 o まわりの角運動量を表せ。

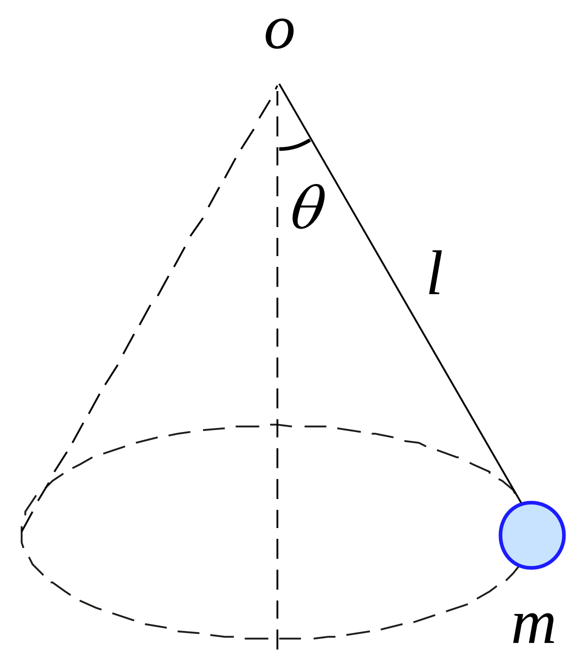
2. 点 O まわりの力のモーメントを求めよ。

3. 回転の運動方程式を記述せよ。

4. 題意の式を導け。

例題-37

図のような円錐振り子のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体は水平面内で円運動していて、糸と鉛直線のなす角は θ であるとする。以下の問いに答えよ。



1. 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

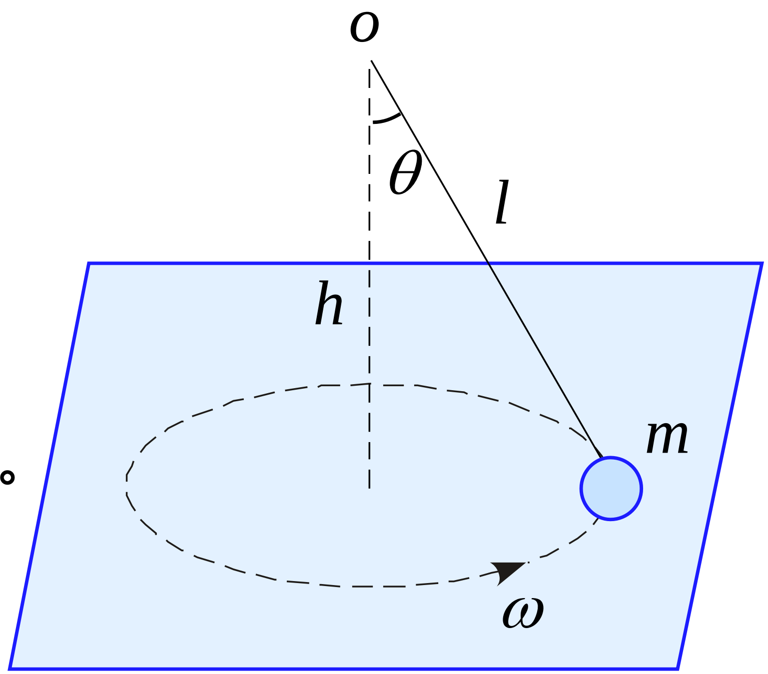
2. r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

3. 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \qquad a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

と表すことができる。
糸の張力 S 、物体の速さ v 、回転の周期 T を求めよ。

例題-38



図のような円錐振り子のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体は水平面上で角速度 ω の円運動している。
糸は水平面から高さ h の地点に設置されている。
水平面は滑らかで摩擦は無視できるとする。
以下の問いに答えよ。

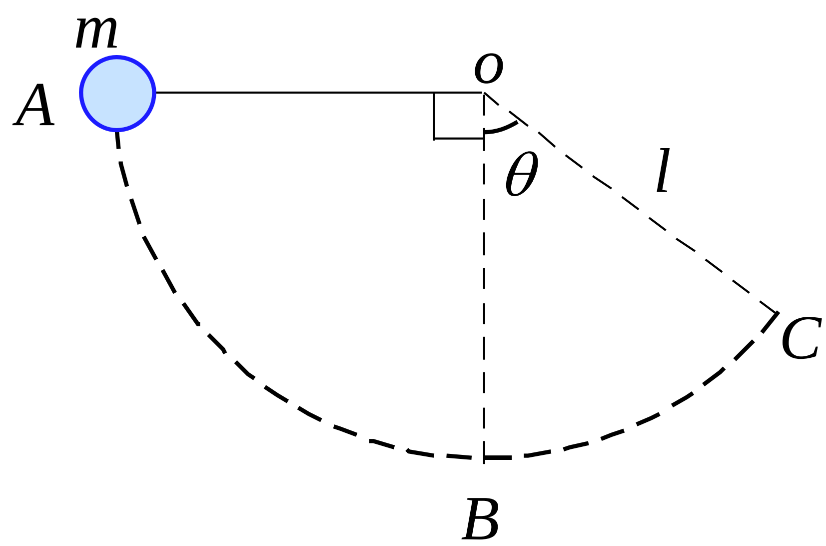
1. 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

2. r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

3. 糸の張力 S 、水平面からの垂直抗力 N を求めよ。

4. 角速度 ω が ω_0 を超えると水平面から離れる。ω_0 を求めよ。

例題-39



図のような円運動のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体を水平の状態にして放し、円運動する。
糸と鉛直線のなす角を θ であるとする。
以下の問いに答えよ。

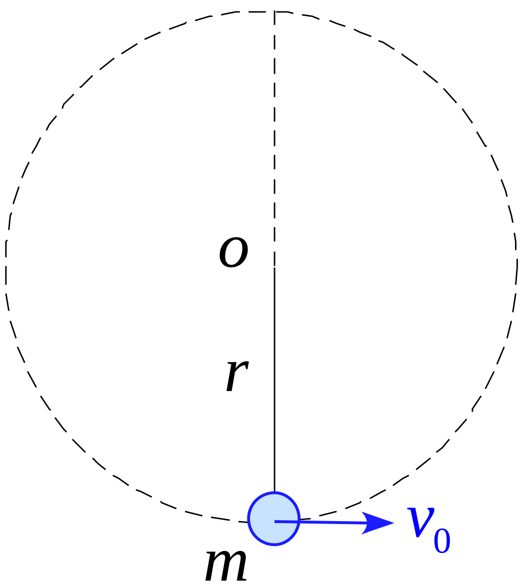
1. r **方向、** θ **方向の加速度を** a_r, a_θ **としたとき、それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。**

2. 最下点 B **での糸の張力** T_B **を求めよ。**

3. 点 C **での糸の張力** T_C **を求めよ。**

例題-40

図のような円運動のモデルを考える。
糸の長さは r 、物体の質量は m である。
物体を水平の状態にして放し、円運動する。
糸と鉛直線のなす角を θ であるとする。
最下点で初速 v_0 を与えたとき
以下の問いに答えよ。

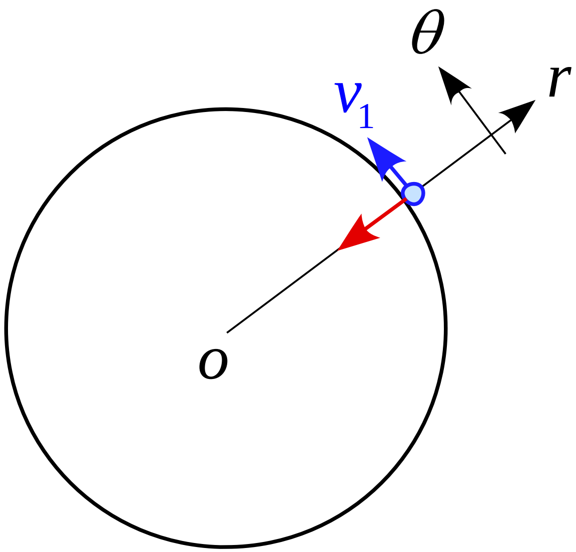


1. r **方向、** θ **方向の加速度を** a_r, a_θ **としたとき、**
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

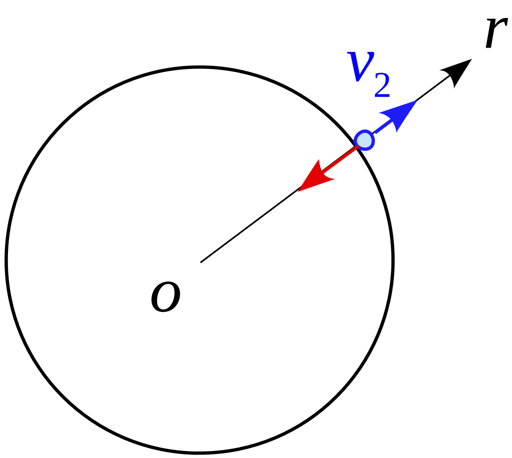
2. 物体が1回転するために必要な初速 v_0 **の条件を求めよ。**

例題-41

地球の半径を R、地球の質量 M、万有引力定数を G として以下の問いに答えよ。



地球の表面上で物体に水平方向に初速度 v_1 を与えた。するとと物体は地表すれすれに円運動した。
v_1 を求めよ。

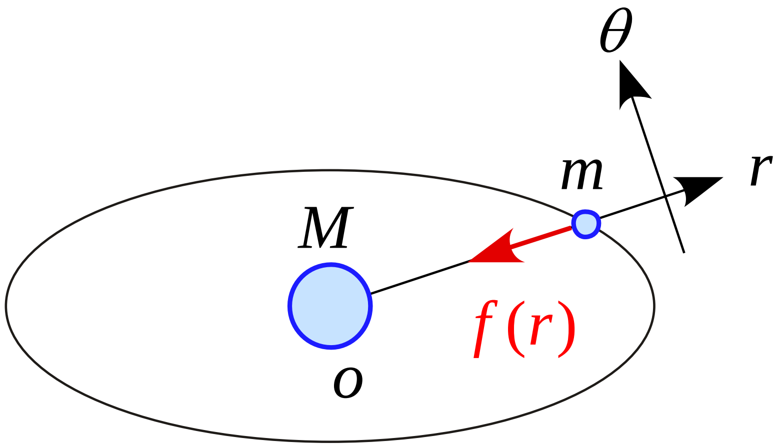


地球の表面上で物体に上空方向に初速度 v_2 を与えた。すると物体は無限遠方に飛び去った。
このような運動をする為の v_2 の条件を求めよ。
但し、エネルギー保存則が成立するモデルとする。

例題-42

極座標における運動方程式

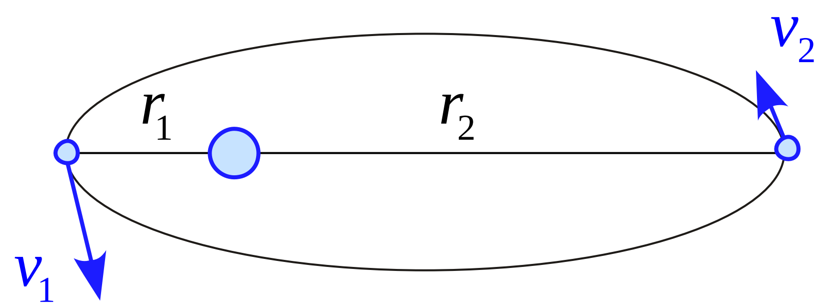
$$m\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]=-G\frac{Mm}{r^2}$$



より、力学的エネルギー保存則を導け。

例題-43

質量 m の惑星が質量 M の太陽のまわりを楕円軌道上で運動している。
近日点 r_1 での速さを v_1 遠日点 r_2 での速さを v_2 とする。
万有引力定数を G として以下の問いに答えよ。



1. 角運動量から v_1, v_2, r_1, r_2 の関係式を求めよ。

2. 面積速度を求め、v_1, v_2, r_1, r_2 の関係式を求めよ。

3. 近日点と遠日点でのエネルギーの関係を記述せよ。

過去テスト出題例

2016 物理学基礎　中テスト　2016.5.30実施

2016 物理学基礎　期末テスト　2016.7.25実施

2017 物理学基礎　中テスト　2017.6.5実施

2017 物理学基礎　期末テスト　2017.7.24実施

2016 物理学基礎 中間テスト　2016.5.30実施

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度はgとして用いよ。

出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度vの定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度 a の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力 F は $\boxed{\qquad\quad = F}$ と表される。

その次元は $\boxed{\qquad\quad}$ である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより

さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺をxで積分し、式を整理すると

$$\int m\frac{dv}{dt}dx = \int Fdx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt = \int Fdx$$

$$\int\left(m\frac{dv}{dt}v\right)dt = \int Fdx$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ① \quad}\right)dt = \int Fdx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を

表している。運動エネルギーの次元は $\boxed{\qquad}$ であり、

仕事の次元は $\boxed{\qquad}$ である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{②}\right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は $\boxed{}$ である。

②を p とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \qquad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は $\boxed{}$ である。

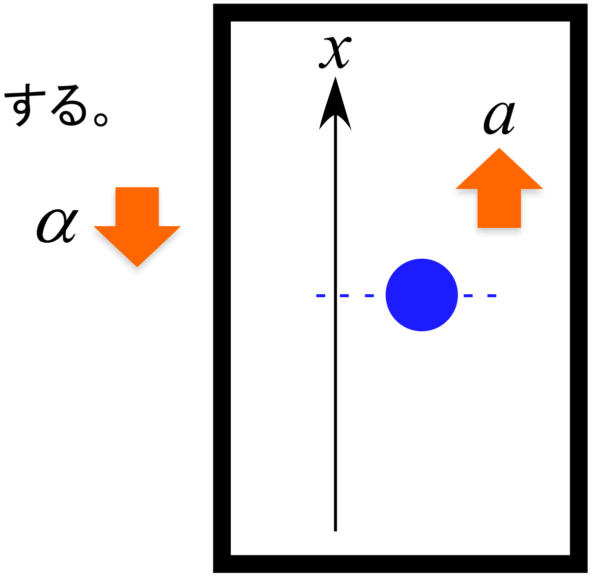
2. x 軸に沿って運動する質点が $v = 2t^3 + 2t^2 + 3$ に従って運動する。この質点は $t = 2$ [s]における位置は 4[m] である。

(1) $t = t_1$ における質点の加速度 $a(t_1)$ を求めよ。

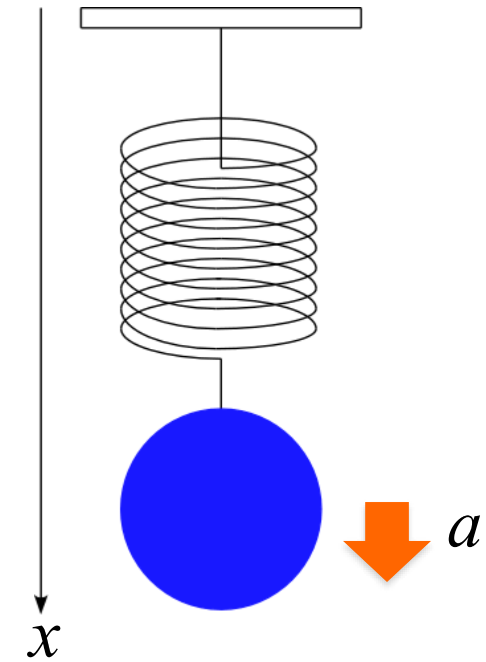
(2) 変位 $x(t)$を t の関数として表せ。

3. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。
いずれの運動も物体の質量はmとし、重力加速度はgとする。

(1) 一定の加速度αで下降するエレベータ内で物体を
鉛直投げ上げさせる運動 (初速度 v_0)

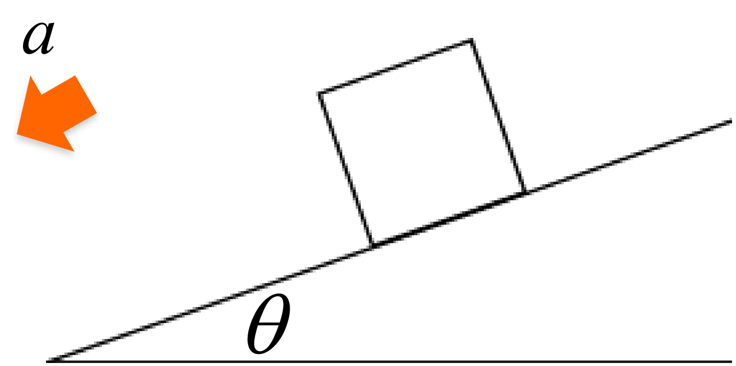


(2) 物体をバネを吊るした状態での単振動運動
(バネ定数はkとして用いよ)



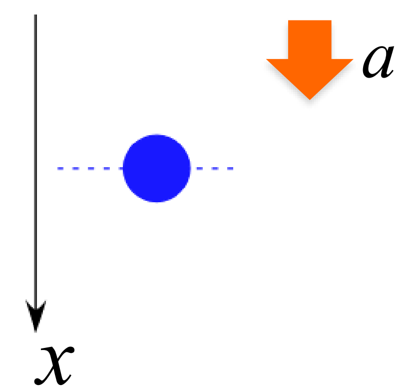
(3) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動

(動摩擦係数は $\mu_k = \dfrac{f}{N}$ とする)



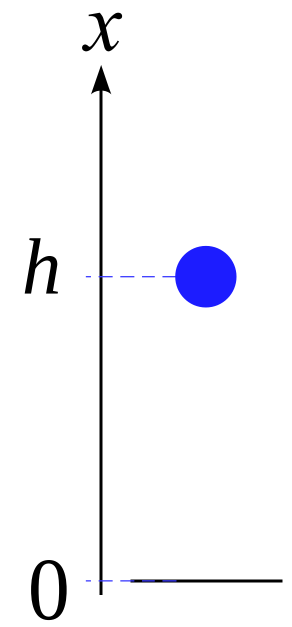
(4) 雨滴の落下運動

このとき、空気抵抗が働くものとし、その空気の抵抗力の大きさは kv とする。



4. 質量 m の物体を高さ h の地点から自由落下させる。

以下の問いに答えよ。



(1) この物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け。

(4) 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け。

(5) 地表に達する時刻 t_1 を求めよ。

(6) ある時刻 t ($t \le t_1$) での運動エネルギー $K(t)$ を求めよ。

(7) ある時刻 t ($t \le t_1$) での位置エネルギー $U(t)$ を求めよ。

(8) 力学的エネルギー $E(t) = K(t) + U(t)$ ($t \le t_1$)が

時間に寄らず一定であることを示せ。

(9) 運動エネルギー$K(t)$ 、位置エネルギー$U(t)$ 、全力学的エネルギー $E(t)$ をそれぞれ時間 t のグラフで表せ。
但し、$t \leq t_1$ とする。

(10) 地表に衝突する瞬間の速度 v_1 を求めよ。

衝突において力 F が作用したとする。また、この力 F は重力に比べて十分大きく、衝突中の重力の効果は無視できるとする。

(11) 地表に衝突する瞬間の運動方程式を記述せよ。

(12) この衝突は完全弾性衝突であった。
物体が地表から受けた力積 I を求めよ。

2016 物理学基礎 期末テスト　2016.7.25 実施

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度は g として用いよ。

出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度 v の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度 a の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力 F は $\boxed{\quad\quad = F}$ と表される。

その次元は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより

さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺を x で積分し、式を整理すると

$$\int m\frac{dv}{dt}dx = \int Fdx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt = \int Fdx$$

$$\int \left(m\frac{dv}{dt}v \right) dt = \int Fdx$$

$$\int \frac{d}{dt}\left(\boxed{①} \right) dt = \int Fdx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を

表している。運動エネルギーの次元は $\boxed{}$ であり、

仕事の次元は $\boxed{}$ である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{②}\right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は $\boxed{}$ である。

②を p とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \qquad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は $\boxed{}$ である。

(6) さらに、(3)の式をベクトルで考え、両辺に左側から

位置ベクトル $\vec{r}$ の外積を取ると

$$\vec{r} \times m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \cdots(A)$$

となる。

ここで、

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times m\vec{v}\right)=\frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v}+\vec{r}\times\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$$

$$=\boxed{③}\times m\vec{v}+\vec{r}\times\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$$

$$=\boxed{④}$$

であるから、式$\left(A\right)$は

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{⑤}\right)=\boxed{⑥}$$

と表される。

左辺の⑤は角運動量 $\vec{L}$ であり、

その次元は $\boxed{}$ である。

右辺の⑥は力のモーメント $\vec{N}$ であり、

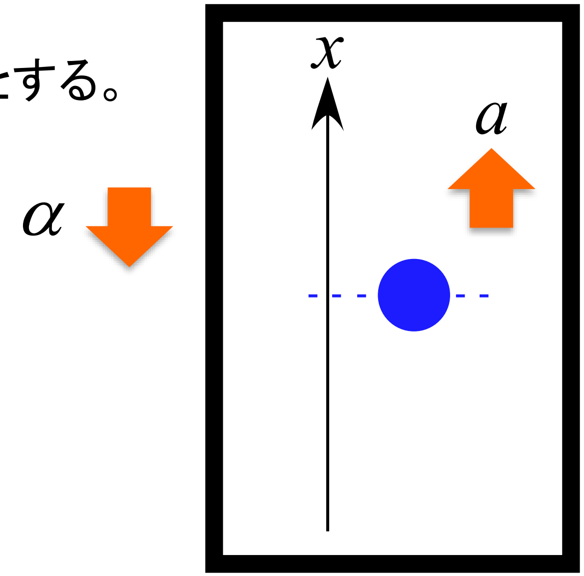
その次元は $\boxed{}$ である。

この式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

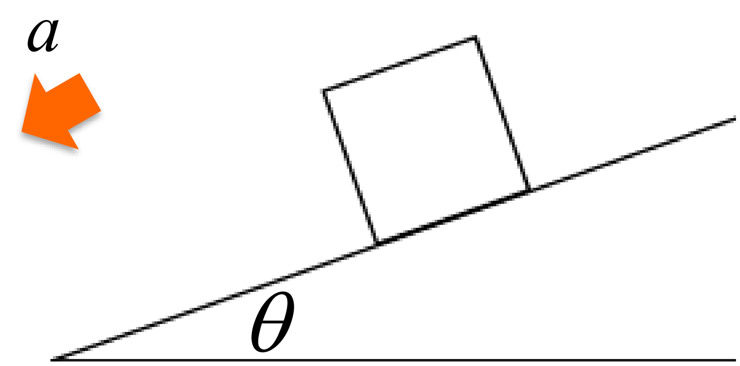
と表すことができ、これを「回転の運動方程式」と呼ぶ。

2. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。
いずれの運動も物体の質量は m とし、重力加速度は g とする。



(1) 一定の加速度 α で下降するエレベータ内で物体を
鉛直投げ上げさせる運動 (初速度 v_0)

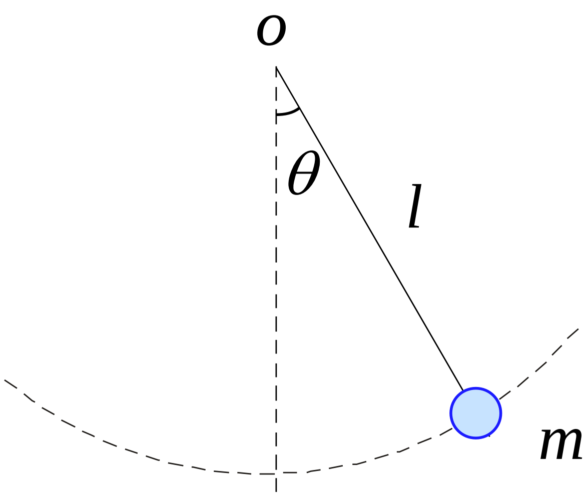
(2) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動
(動摩擦係数は $\mu_k = \dfrac{f}{N}$ とする)



(3) 単振り子の運動

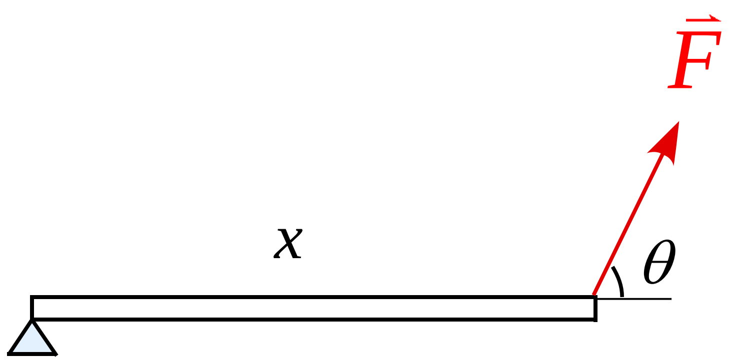
極座標で軸を考え記述せよ。

(糸の張力はSとし、r方向、θ方向の加速度をa_r, a_θとする。)

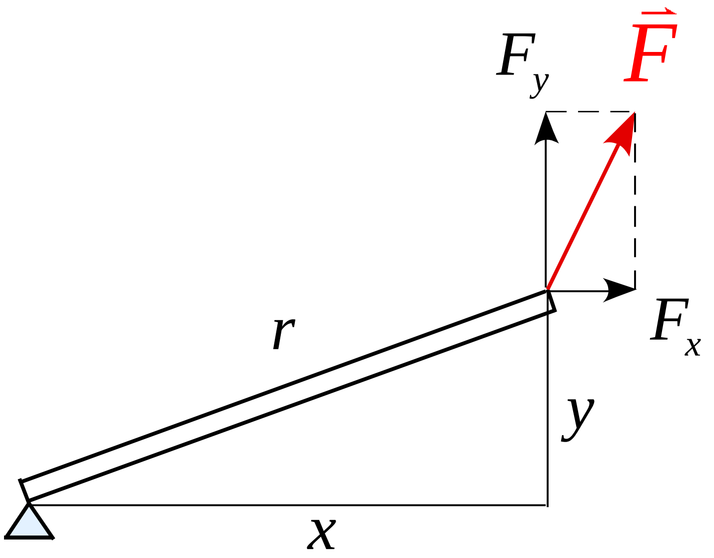


3. 以下の図の力のモーメント$|\vec{N}|$を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

(1)



(2)



4. 単振動の一般解 $x(t) = A\sin\left(\omega t + \phi\right)$ において、
以下の条件を満たすような $x(t)$ を求めよ。

(1) $x(0) = 0, v(0) = v_0$

(2) $x(0) = x_0, v(0) = v_0$

5. なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。
バネは自然長の状態で静止しているとする。
以下の問いに答えよ。

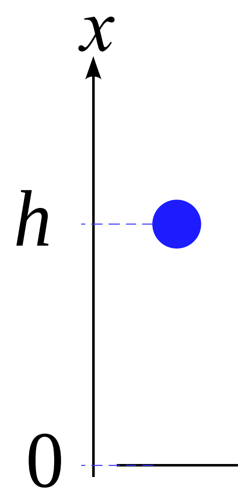
$t = 0$ で初速度 v_0 を壁向きに与えると、物体は単振動をした。
物体の質量を m 、バネ定数を k とする。

(1) 物体の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体の変位 $x(t)$ 、速度 $v(t)$ 、加速度 $a(t)$ を求めよ。
(v_0, m, k を用いて表せ)

選択問題 (力学) 以下の問題6〜9のうち1題を選択して解答せよ。

6. 質量mの物体を高さhから自由落下させる。
以下の問に答えよ。
但し、重力加速度はgとする。

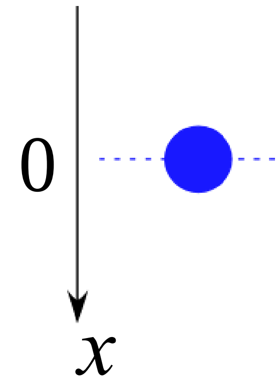


(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式をxで積分することで導き、力学的エネルギーを求めよ。

7.質量mの雨滴が落下する運動を考える。
このとき、空気抵抗が働くものとし、
その空気の抵抗力の大きさはkvとする。
以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度$v(t)$は$v(t)=\dfrac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$
となる。

(3) $v-t$ グラフを書け。また、原点での傾きを求めよ。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。

8. 摩擦がある斜面を質量mの物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。
但し、動摩擦力は$f = \mu_k N$として用いてよいとする。

(1) この運動の運動方程式を記述せよ。

(2) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

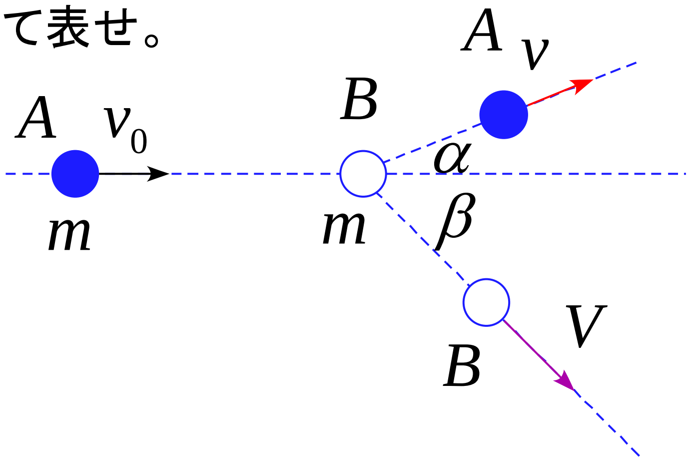
(3) この運動で物体が距離 L を移動したとするとき、動摩擦力がした仕事 $W_{摩}$ を求めよ。

9. 図のように速度v_0の質量mの物体Aが静止している質量mの物体Bに衝突したところ、速度v_0に対してなす角 $\alpha, -\beta$ で衝突後の速度は v, V でそれぞれ離れて行った。

衝突は弾性衝突であり、衝突の前後でエネルギーは不変であるとして、以下の問いに答えよ。

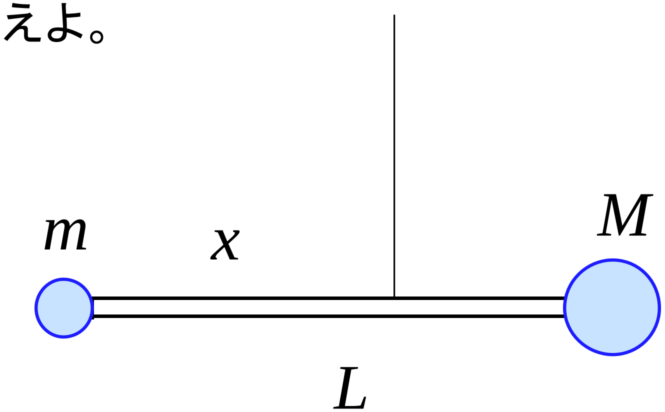
(1) 図の角$\alpha+\beta$ を求めよ。

(2) 速度比 $\dfrac{v}{V}$ を β を使って表せ。



選択問題 (力学) 以下の問題10～13のうち2題を選択して解答せよ。

10.図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点が取り付けられ、糸でつるさている。
この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。



(1) 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

(2) 棒の質量が m の場合

(a) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(b) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

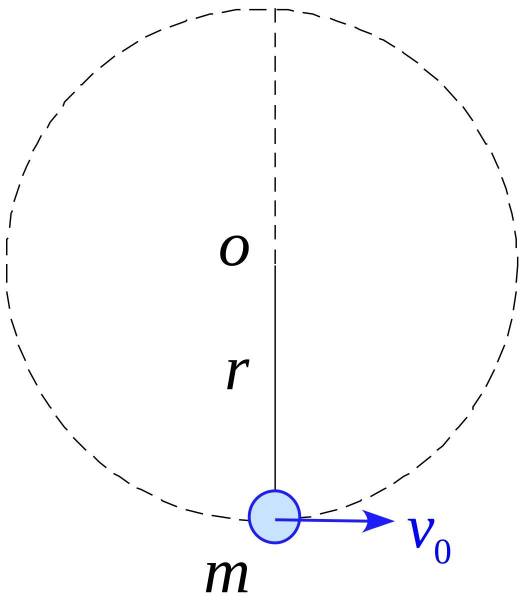
11. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは r 、物体の質量は m である。

最下点で水平方向に初速 v_0 を与えたとき

以下の問いに答えよ。

ある時刻 t で糸と鉛直線のなす角を θ として用いよい。



(1) r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、

それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体が1回転するために必要な初速 v_0 の条件を求めよ。

12.物体が半径 r_0 の円周上を速さ v_0 で等速円運動している。

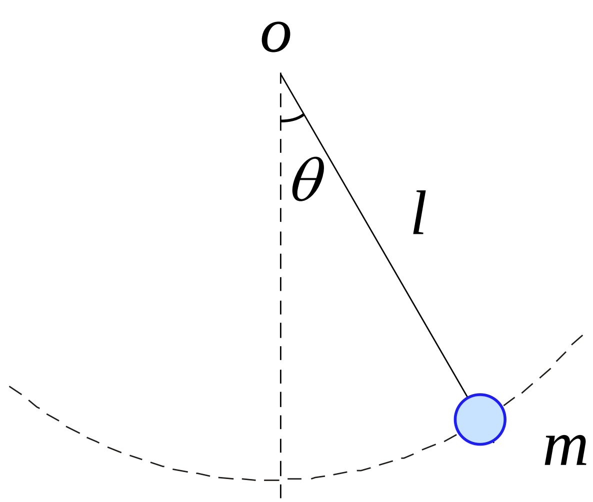
r_0, v_0 は定数である。以下の問いに答えよ。

(1) 速度 $\vec{v}$ と位置ベクトル $\vec{r}$ が直交していることを示せ。

(2) 速度 $\vec{v}$ と加速度 $\vec{a}$ が直交していることを示せ

(3) 加速度の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

13. 図の単振り子において、エネルギー保存について論じ、
最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。



2017 物理学基礎 中間テスト　2017.6.5実施

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。
途中式などは省略せず記述すること。
必要であれば重力加速度はgとして用いよ。
出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度vの定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度aの定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力Fは $\boxed{\quad\quad\quad = F}$ と表される。

その次元は $\boxed{\quad\quad\quad}$ である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺をxで積分し、式を整理すると

$$\int m\frac{dv}{dt}dx=\int Fdx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt=\int Fdx$$

$$\int\left(m\frac{dv}{dt}v\right)dt=\int Fdx$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ① \quad}\right)dt=\int Fdx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を
表している。運動エネルギーの次元は $\boxed{\qquad}$ であり、
仕事の次元は $\boxed{\qquad}$ である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ② \quad}\right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は $\boxed{}$ である。

②を p とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \qquad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は $\boxed{}$ である。

2. x 軸に沿って運動する質点が $v(t) = 3t^3 + 2t^2 + 1$ に従って運動する。この質点は $t = 2$ [s]における位置は 15 [m] である。

(1) $t = t_1$ における質点の加速度 $a(t_1)$ を求めよ。

(2) 変位 $x(t)$ を t の関数として表せ。

3. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。
いずれの運動も物体の質量はmとし、重力加速度はgとする。

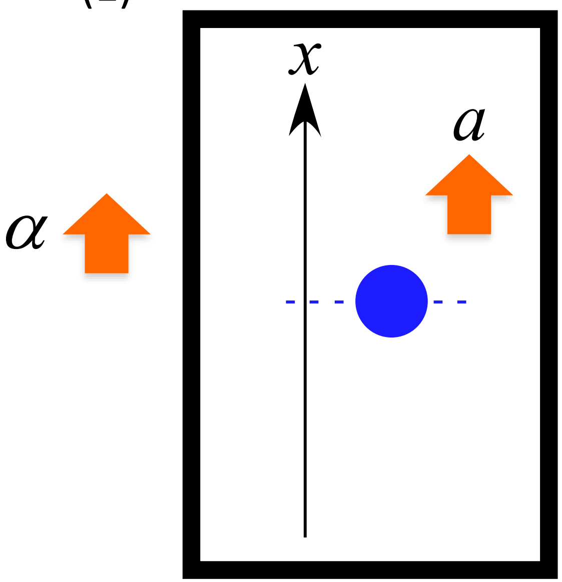
(1) 一定の加速度αで上昇するエレベータ内で物体を
鉛直投げ下げさせる運動 (初速度 v_0)

(2) 物体をバネを吊るした状態での単振動運動
(バネ定数はkとして用いよ)

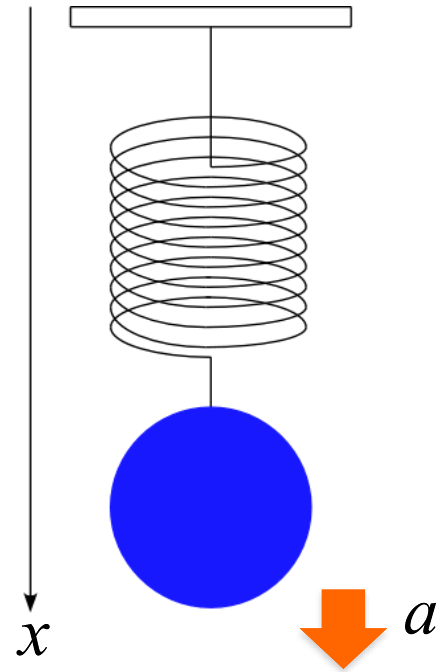
(3) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動
(動摩擦係数は$\mu_k = \dfrac{f}{N}$ とする)

(4) 雨滴の落下運動
このとき、空気抵抗が働くものとし、その空気の抵抗力
の大きさはkvとする。

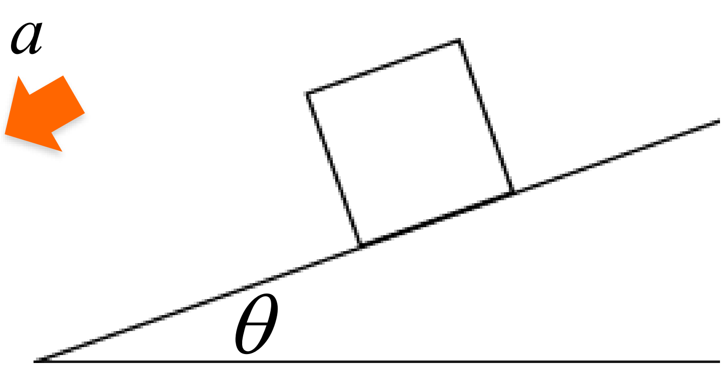
(1)



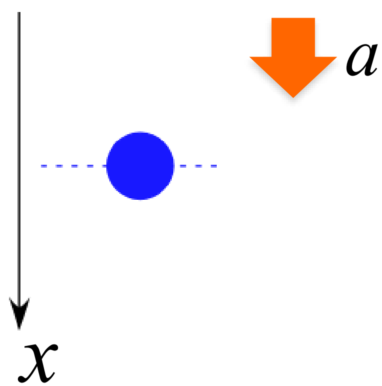
(2)



(3)



(4)



4. 質量 m の物体を地表から鉛直投げ上げする運動を考える。

以下の問いに答えよ。

(1) 運動中に物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け。

(4) 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け。

(5) 再び地表に戻ってくる時刻 t_1 を求めよ。

(6) ある時刻 t ($t \leq t_1$) での運動エネルギー $K(t)$ を求めよ。

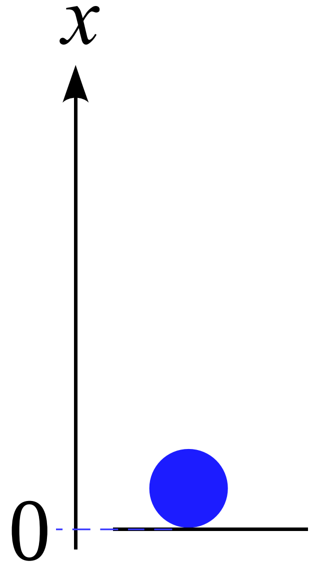
(7) ある時刻 t ($t \leq t_1$) での位置エネルギー $U(t)$ を求めよ。

(8) 力学的エネルギー $E(t) = K(t) + U(t)$ ($t \leq t_1$)が時間に寄らず一定であることを示せ。

(9) 運動エネルギー $K(t)$ 、位置エネルギー $U(t)$ 、全力学的エネルギー $E(t)$ をそれぞれ時間 t のグラフで表せ。
但し、$t \leq t_1$ とする。

(10) 地表に衝突する瞬間の速度 v_1 を求めよ。

衝突において力 F が作用したとする。また、この力 F は重力に比べて十分大きく、衝突中の重力の効果は無視できるとする。



(11) 地表に衝突する瞬間の運動方程式を記述せよ。

(12) この衝突は完全弾性衝突であった。
物体が地表から受けた力積 I を求めよ。

2017 物理学基礎 期末テスト　2017.7.24 実施

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。
途中式などは省略せず記述すること。
必要であれば重力加速度は g として用いよ。
出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度 v の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度 a の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力 F は $\boxed{\qquad\qquad = F}$ と表される。
その次元は $\boxed{\qquad\qquad}$ である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺をxで積分し、式を整理すると

$$\int m\frac{dv}{dt}dx=\int Fdx$$

$$\int m\frac{dv}{dt}vdt=\int Fdx$$

$$\int\left(m\frac{dv}{dt}v\right)dt=\int Fdx$$

$$\int\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ① \quad}\right)dt=\int Fdx$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を
表している。運動エネルギーの次元は $\boxed{\qquad}$ であり、
仕事の次元は $\boxed{\qquad}$ である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ② \quad}\right) = F$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は $\boxed{\qquad\qquad}$ である。

②を p とおくと

$$\frac{d}{dt}\left(p\right) = F \qquad\qquad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は $\boxed{\qquad\qquad}$ である。

(6) さらに、(3)の式をベクトルで考え、両辺に左側から

位置ベクトル $\vec{r}$ の外積を取ると

$$\vec{r} \times m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \cdots\left(A\right)$$

となる。

ここで、

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times m\vec{v}\right)=\frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v}+\vec{r}\times\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$$

$$=\boxed{\quad ③\quad}\times m\vec{v}+\vec{r}\times\frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$$

$$=\boxed{\quad\quad ④\quad\quad}$$

であるから、式 (A) は

$$\frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ⑤\quad}\right)=\boxed{\quad ⑥\quad}$$

と表される。

左辺の⑤は角運動量 $\vec{L}$ であり、

その次元は $\boxed{}$ である。

右辺の⑥は力のモーメント $\vec{N}$ であり、

その次元は $\boxed{}$ である。

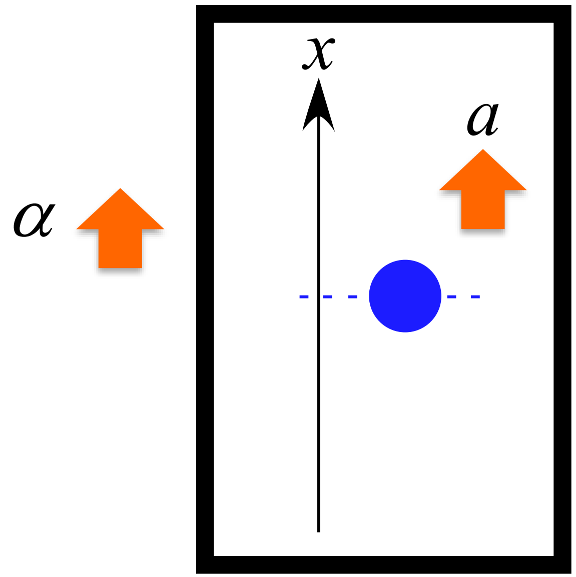
この式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

と表すことができ、これを「回転の運動方程式」と呼ぶ。

2. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。
いずれの運動も物体の質量は m とし、重力加速度は g とする。

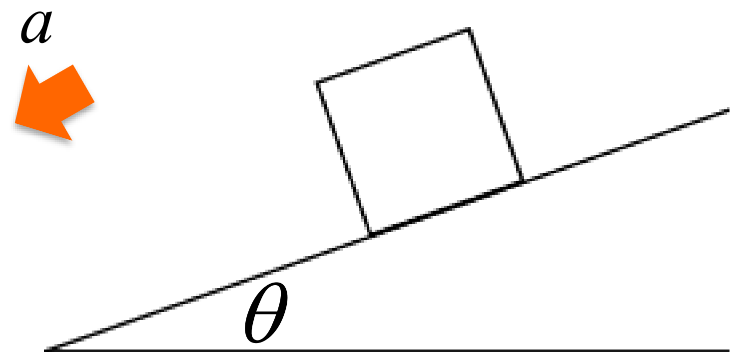
(1) 一定の加速度 α で上昇するエレベータ内で物体を
鉛直投げ上げさせる運動 (初速度 v_0)



(2) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動
(動摩擦係数は $\mu_k = \dfrac{f}{N}$ とする)

(2) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動

(動摩擦係数は $\mu_k = \frac{f}{N}$ とする)

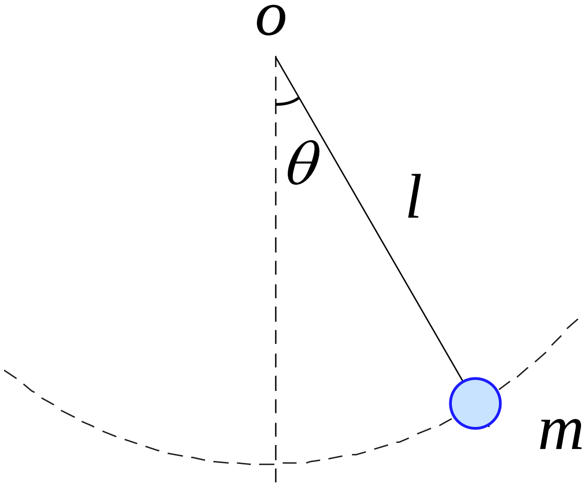


(3) 単振り子の運動

極座標で軸を考え記述せよ。

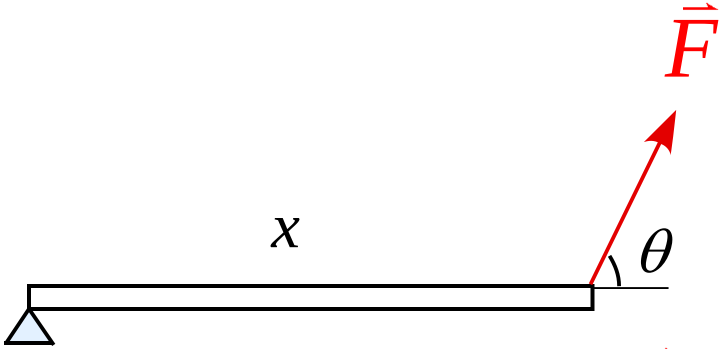
(糸の張力はS とし、r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ

とする。)

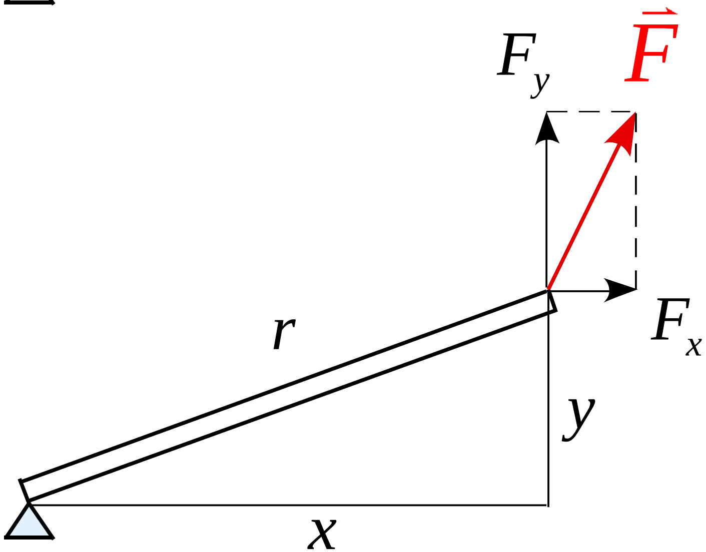


3. 以下の図の力のモーメント $|\vec{N}|$ を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

(1)



(2)



4. 単振動の一般解 $x(t) = A\sin\left(\omega t + \phi\right)$ において、

以下の条件を満たすような $x(t)$ を求めよ。

(1) $x(0) = 0, v(0) = v_0$

(2) $x(t_1) = x_0, v(t_1) = 0$

5. なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。

バネは自然長の状態で静止しているとする。

以下の問いに答えよ。

$t = 0$ で初速度 v_0 を壁向きに与えると、物体は単振動をした。

物体の質量を m 、バネ定数を k とする。

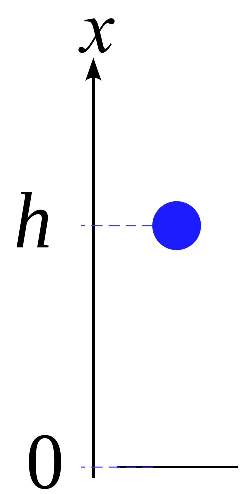
(1) 物体の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体の変位 $x(t)$ 、速度 $v(t)$ 、加速度 $a(t)$ を求めよ。

(v_0, m, k を用いて表せ)

選択問題 (力学) 以下の問題6～8のうち1題を選択して解答せよ。

6. 質量mの物体を高さhから自由落下させる。
以下の問に答えよ。
但し、重力加速度はgとする。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

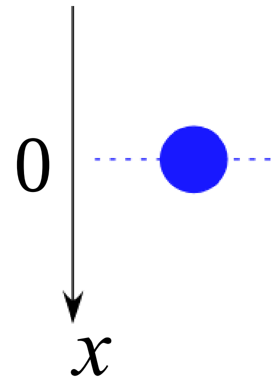
(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式をxで積分することで導き、力学的エネルギーを求めよ。

7.質量mの雨滴が落下する運動を考える。

このとき、空気抵抗が働くものとし、

その空気の抵抗力の大きさはkvとする。

以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度$v(t)$は $v(t)=\dfrac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$

となる。

(3) $v-t$グラフを書け。また、原点での傾きを求めよ。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。

8. 摩擦がある斜面を質量mの物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。

但し、動摩擦力は$f=\mu_k N$として用いてよいとする。

(1) この運動の運動方程式を記述せよ。

(2) この運動の加速度aを求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

(3) この運動で物体が距離Lを移動したとするとき、動摩擦力がした仕事$W_{摩}$を求めよ。

選択問題 (力学) 以下の問題9～13のうち2題を選択して解答せよ。

9.図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点が取り付けられ、糸でつるさている。

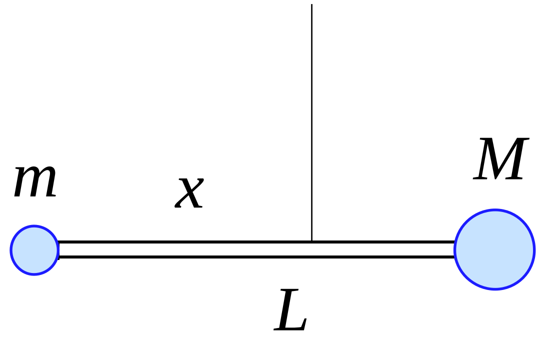
この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

棒の質量を m とした場合

(1) 糸でつるされている点を支点として、質量 m, M の質点及び棒の力のモーメント $\vec{N}$ をそれぞれ求めよ。

(2) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(3) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。



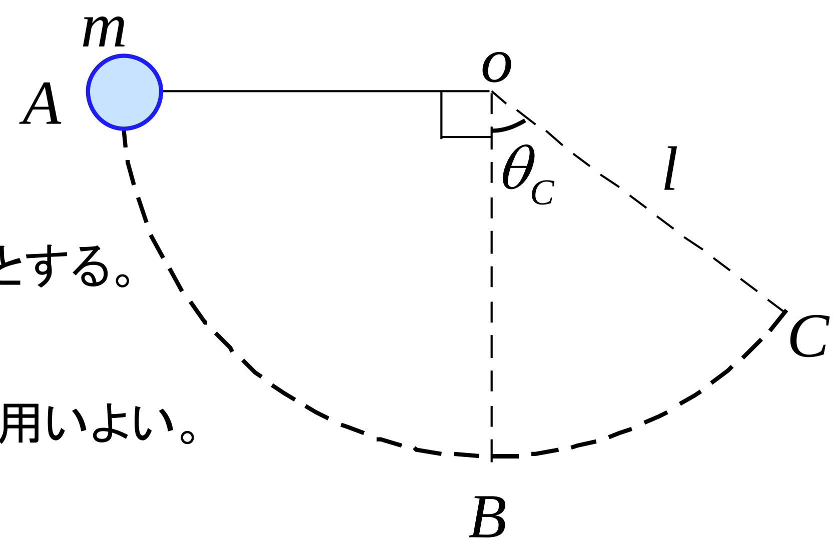
10. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは l 、物体の質量は m である。

物体を水平の状態にして放し、円運動させたとする。

以下の問いに答えよ。

ある時刻 t で糸と鉛直線のなす角を θ として用いよい。



(1) r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、

それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 最下点 B での糸の張力 T_B を求めよ。

(3) 点 C でのなす角を θ_C とする。糸の張力 T_C を求めよ。

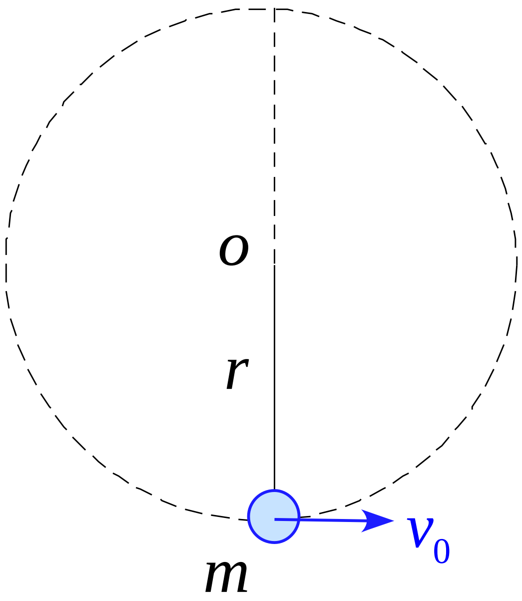
11. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは r 、物体の質量は m である。

最下点で水平方向に初速 v_0 を与えたとき

以下の問いに答えよ。

ある時刻 t で糸と鉛直線のなす角を θ として用いよい。



(1) r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、

それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体が1回転するために必要な初速 v_0 の条件を求めよ。

12.物体が半径 r_0 の円周上を速さ v_0 で等速円運動している。

r_0, v_0 は定数である。以下の問いに答えよ。

(1) 速度 $\vec{v}$ と位置ベクトル $\vec{r}$ が直交していることを示せ。

(2) 速度 $\vec{v}$ と加速度 $\vec{a}$ が直交していることを示せ

(3) 加速度の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

13. 図の単振り子において、エネルギー保存について論じ、

最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。