

2019レポート課題
物理学基礎 (力学)
情報科学部・情報工学科

課題1

ベクトル $\vec{A}, \vec{B}$ を

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

としたとき

(1) 2つのベクトルの外積が

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

となることを示せ。

(2) 外積の大きさ $|\vec{A} \times \vec{B}|$ が、 $|\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$ となることを示せ。

課題2

等加速度運動の速度と変位の式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

から、

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

を導け。

課題3

単振動の運動方程式の一般解について

$$x(t) = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$$

から

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin(\omega t + \delta) \\ &= A \sin(\omega t + \delta) \end{aligned}$$

と表せることを示せ。

課題4

質点が単振動している。1周期についての運動エネルギーの平均値 $\overline{K}(t)$ と位置エネルギーの平均値 $\overline{U}(t)$ を求め、これらが等しいことを示せ。

課題5

次の式を証明せよ。但し、 ϕ はスカラーとする。

$$(1) \quad \frac{d}{dt}(\phi \vec{A}) = \frac{d\phi}{dt} \vec{A} + \phi \frac{d\vec{A}}{dt}$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$(3) \quad \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt}$$

課題6

平面の極座標において、

(1) 速度 V_r と速度 V_θ が

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$$

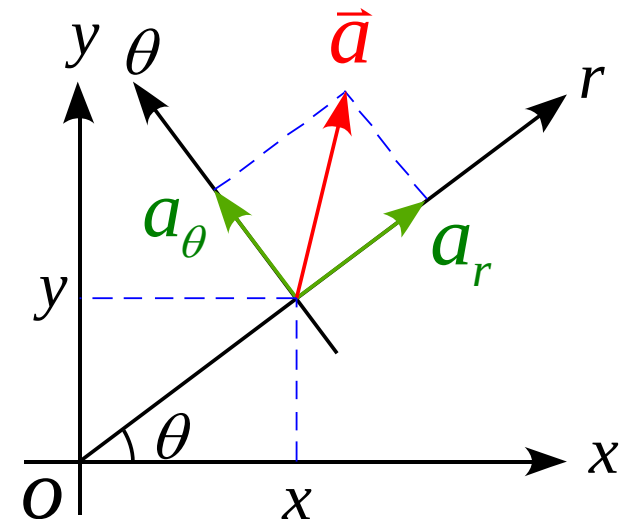
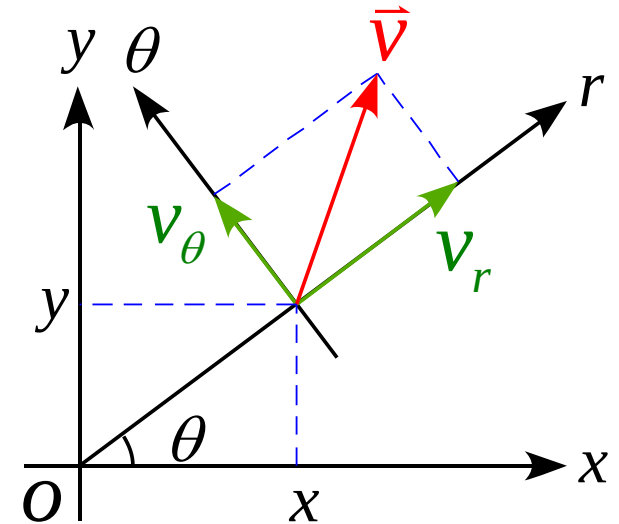
となることを示せ。

(2) 加速度 a_r と加速度 a_θ が

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

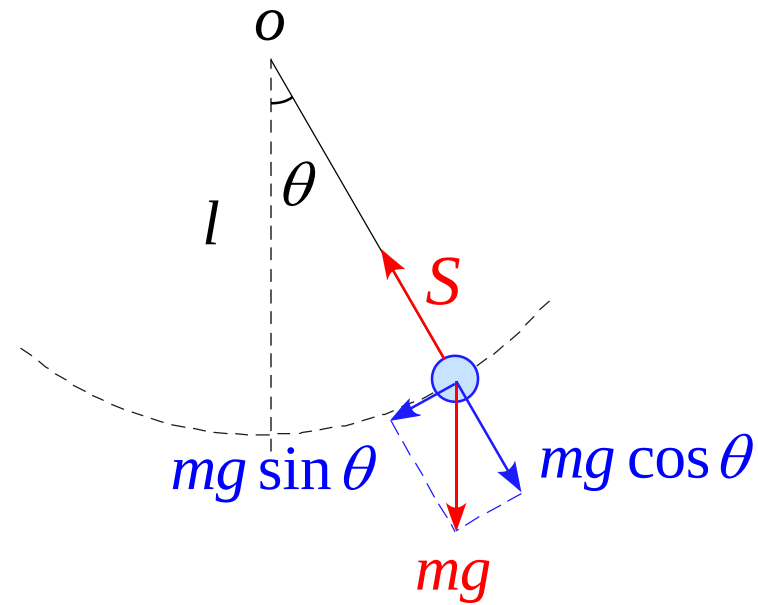
$$a_\theta = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$$

となることを示せ。



課題7

右図の単振り子において、エネルギー保存について論じ、最下点を基準にしたエネルギーの式を導け。



Hint) 極座標表示の運動方程式から導くとよい。

課題8

長さ l の糸につるされた質量 m の物体が単振り子運動をするとき
 θ 方向の運動方程式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

と表される。

ここで、 θ が十分に小さい場合 $\sin\theta \simeq \theta$ の近似を使い

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

として考えることができ、

$$\text{振れ角: } \theta(t) = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{周期: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

となる。

しかし、 θ が大きくなるにつれて周期にズレが生じる。このズレについて考えよう。

(1) $\sin\theta \simeq \theta$ の近似を使用しないで周期 T を計算せよ。

(2) 周期 T の誤差が1%を超える角度[°]はいくらになるか有効数字2桁で求めよ。

注) (2)は解答のみの記述は評価しないものとする。

エネルギー保存則は成立する
として考えてよい

課題9

床の上に線密度 ρ の鎖が置いてある。

この鎖の端を持って鉛直に引き上げる運動を考える。

重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

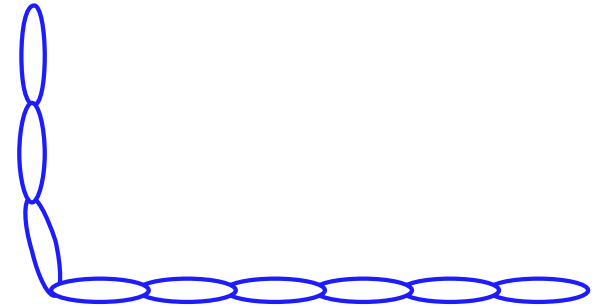
引き上げた部分の長さが x 、速度が v 、加速度が a となったとき

(1) 引き上げた部分の質量 m を記述せよ。

(2) この時の運動方程式を記述せよ。

(3) 引き上げる力 F の大きさを求めよ。

(4) 一定の速度 v で引き上げる場合の力の大きさを求めよ。



注) (3),(4) において解答のみの記述は評価しないものとする。

課題10

平面内において中心力を受けて運動している質量 m の質点がある。
運動の軌道が

$$r = r_0 \cos \theta$$

で与えられるとき、この質点に働く中心力 f はどのような力であるか考察せよ。

Hint) r に対してどのような関数になるかを示すとよい。