

# 電磁気学

電磁気学

電気及び磁気に関する物理現象



法則

利用



電気モーター  
ラジオ  
テレビ  
コンピューター  
電子機器  
など

電磁気学の歴史

時代	誰が	内容
B.C. 2000頃	中国の文献	磁気の実在の記述あり
B.C 700頃	古代ギリシャ人	電氣的、磁氣的現象の観察（琥珀の帯電現象）
1600年	ウィリアム・ギルバート	帯電現象が一般的な現象と発見
1785年	シャルル・クーロン	電氣力が逆2乗法則に従うことを発見
19世紀初頭		電氣と磁氣が互いに関係ある現象を発見
1820年	ハンス・エルステッド	電流の流れる回路付近にコンパスをおくと、磁針の向きが変 ることを発見
1831年	マイケル・ファラデー ジョセフ・ヘンリー	磁石の近辺で電線を運動させると、電線に電流が発生するこ とを発見
1873年	ジェームス・クラーク・マクスウェル	電磁気学の法則を完成（Maxwellの方程式）
1888年頃	ハインリッヒ・ヘルツ	電磁波を発生させ、真空中でも電磁波が伝播することを立証

# Maxwellの方程式 + 電荷の保存則

積分形

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_s \left( \vec{i} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

微分形

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{i} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

電荷の保存則

$$\int_s \vec{i} \cdot d\vec{S} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

$$\text{div } \vec{i} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

# 静電現象～電荷

電荷: 静電現象の原因

静電気

物体の帯電状態(電気を帯びている状態) には強弱がある



電気の量

物理では「力」が重要

電気の間では

斥力(反発力)     $+$ (正)と $+$ (正)     $-$ (負)と $-$ (負)

引力     $+$ (正)と $-$ (負)

この電気の量を  
「電荷」または「電気量」

帯電体A



帯電体B

$+q$    $\rightarrow F$

帯電体C

$+q$    $\rightarrow F$

帯電体D

$+3q$    $\rightarrow 3F$     電気量が3倍

電気量が同じ

+



# 電荷～クーロンの法則

電荷の定義を考える

右図の様な2つの電荷があるとき  
A,Bはそれぞれ斥力  $F$  を受ける  
比例定数を  $\alpha$  とおくと

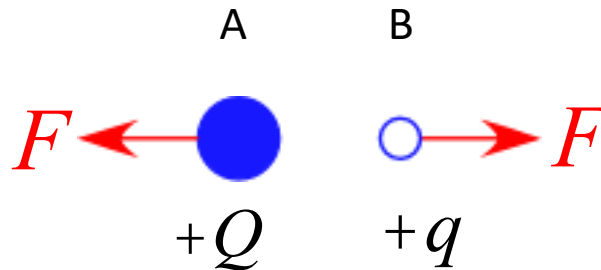
$$F = \alpha \cdot Qq$$

と表すことができる

この比例定数  $\alpha$  を見出した人



「ねじればかり」を用いて、  
この比例定数  $\alpha$  がAB間の距離  $r$  の  
2乗に反比例することを見出した



$F$  は  $Q$  にも  $q$  にも比例する

フランスの物理学者

Charles - Augustin de Coulomb

(シャルル・オーギュスタン・ド・クーロン)

1777年、細い絹糸のねじれのバランスを利用して、1/ 100,000 グラムの微少な力の変化を測定できるねじれ秤(はかり)を発明した。

このはかりを利用して、帯電した小球二個の間に働く引力や反撥力を測定した。

# 電荷～クーロンの法則

従って

$$a = k \frac{1}{r^2}$$

と表すことができる

電荷が受ける力の大きさは

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

となる

クーロン力の大きさを重力と比較すると

重力の場合



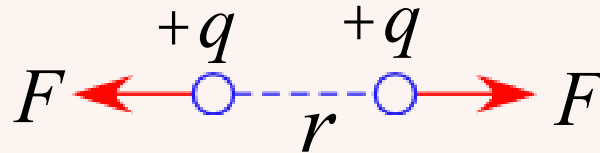
$$m = 1 [\text{kg}]$$

$$g \approx 10 [\text{m/s}^2]$$

$mg$

$$F = mg = 10 [\text{N}]$$

クーロン力の場合



$$q = +1 [\text{C}]$$

$$r = 1 [\text{m}]$$

$$F = k \frac{q \cdot q}{r^2} = 9.0 \times 10^9 [\text{N}]$$

単位

電気量 : [C]

クーロン力 : [N]

比例定数  $k$  :  $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$   $k \approx 9.0 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2]$

# クーロンの法則

## クーロンの法則

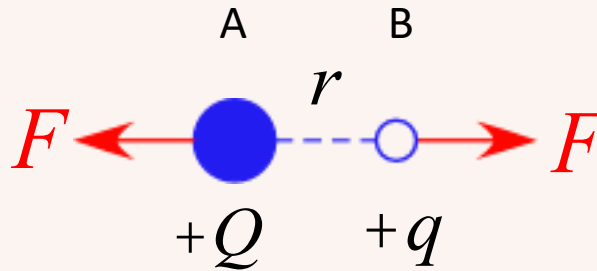
帯電体A,B の体積が無視できるほど小さく「点電荷」とみなせるとき  
2つの電荷間に働く力は

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

と表せ、この力を「クーロン力」と呼ぶ

同符号の場合: 斥力(反発力)

異符号の場合: 引力



# クーロンの法則～例題(原子)

陽子と電子が  $1 \times 10^{-8}$  [m] 離れた位置にある。

このときの電子と陽子が引きあう力の大きさを求めよ。

但し、電子の電荷を  $1.6 \times 10^{-19}$  [C]、クーロン定数を  $9.0 \times 10^9$  [N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>] とする。

ヘリウムの原子核は2個の陽子と2個の中性子で構成されていて、  
大きさは約  $2 \times 10^{-15}$  [m] である。

ヘリウムの原子核内の陽子に作用しているクーロン力を求めよ。

但し、電子の電荷を  $1.6 \times 10^{-19}$  [C]、クーロン定数を  $9.0 \times 10^9$  [N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>] とする。

# クーロンの法則～例題

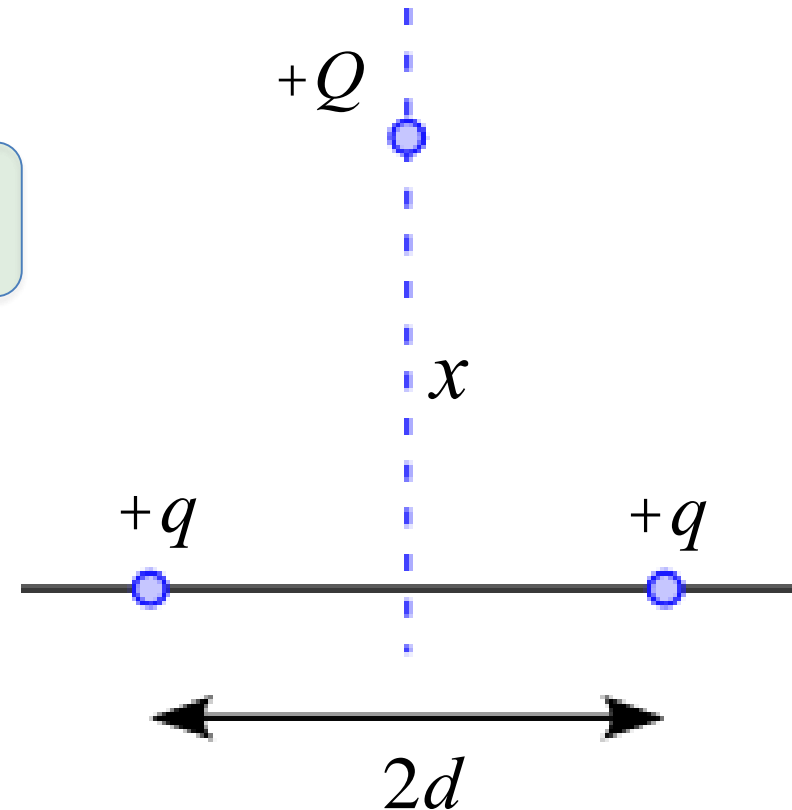
## クーロンの法則～例題

図のように、正の電気量  $+q$  をもつ2つの点電荷を距離  $2d$  離して固定する

この2つの点電荷を結ぶ線分の垂直二等分線の上に  $+Q$  の点電荷を置くとき、この点電荷が受ける力が最も大きくなる場所  $x$  を考えよ

この問題を考えるにあたって、以下の設問に従って検討してみよう

1. 点電荷  $+Q$  が2個の点電荷から受ける力を図に書き込め



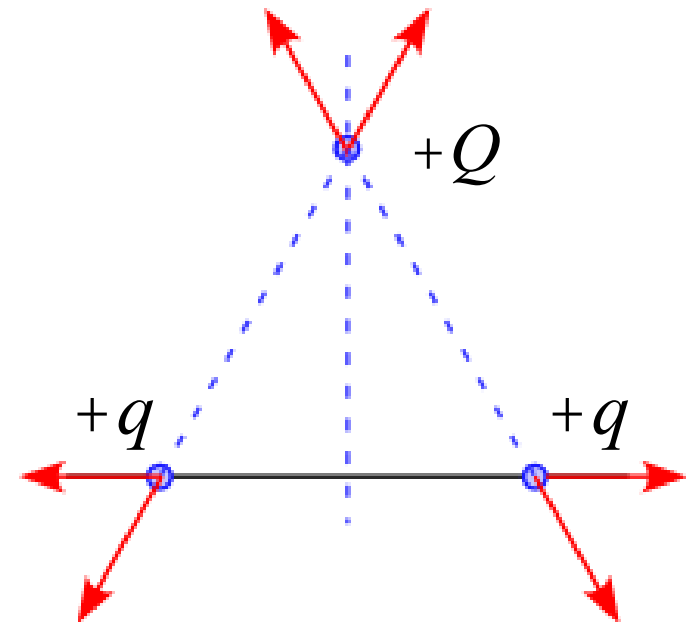
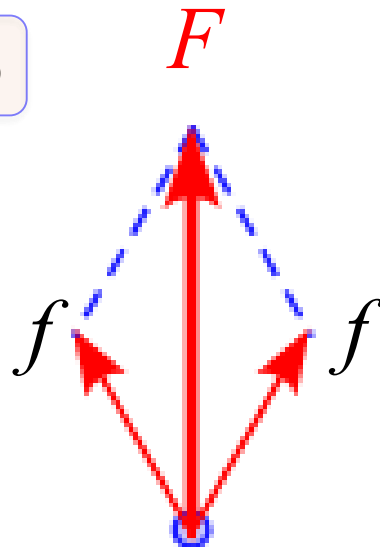


全て正の電気量を持っているので斥力

この3つの点電荷において、それぞれから  
うけるクーロン力は図のようになっている

従って、点電荷  $+Q$  が受ける力  $F$  は

クーロン力  $f$  の合成となる

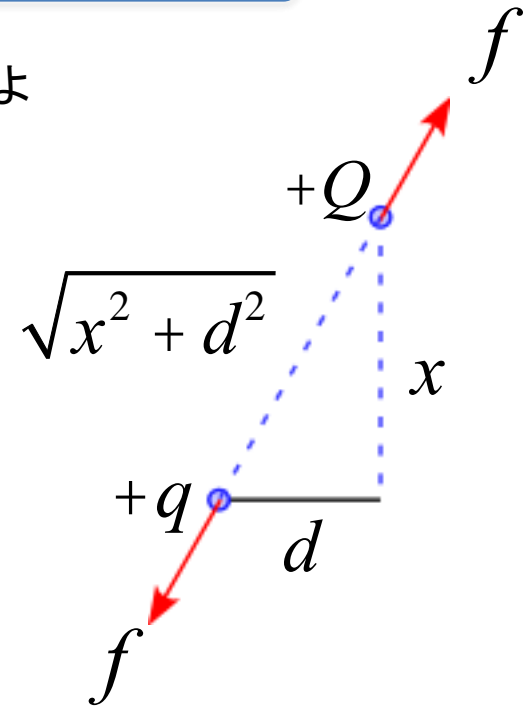


点電荷  $+Q$  が受ける力  $F$  を求めて、その最大値を探ればよい

2. この2つの点電荷のうち1つから受ける力  $f$  を求めよ

$$f = k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{Qq}{\left(\sqrt{x^2 + d^2}\right)^2}$$

$$= k \frac{Qq}{x^2 + d^2}$$



3. この2つの点電荷から受ける力  $F$  を求めよ

求める力  $F$  は

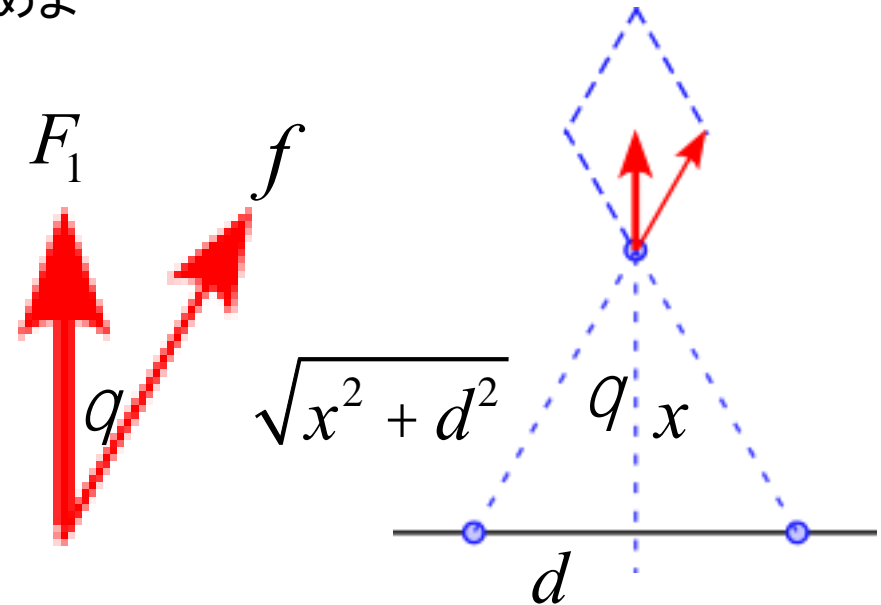
$$F = 2F_1 = 2f \cos q$$

ここで、

$$\cos q = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

従って、

$$\begin{aligned} F &= 2f \cos q = 2k \frac{Qq}{x^2 + d^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \\ &= \frac{2kQqx}{\left(x^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$



4. この力が最も大きくなる場所  $x$  はどこか求めよ。

$F$  が最大となるのは

$$\frac{dF}{dx} = 0$$

となるところであるから

$$\begin{aligned}\frac{dF}{dx} &= \frac{d}{dx} \left\{ \frac{2kQqx}{\left(x^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \\ &= 2kQq \left\{ \left(x^2 + d^2\right)^{-\frac{3}{2}} + x \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(x^2 + d^2\right)^{-\frac{5}{2}} \cdot 2x \right\}\end{aligned}$$

$$= 2kQq \left\{ \left( x^2 + d^2 \right)^{-\frac{3}{2}} - 3x^2 \cdot \left( x^2 + d^2 \right)^{-\frac{5}{2}} \right\}$$

$$= \frac{2kQq}{\left( x^2 + d^2 \right)^{\frac{5}{2}}} \left\{ x^2 + d^2 - 3x^2 \right\}$$

$$= \frac{2kQq}{\left( x^2 + d^2 \right)^{\frac{5}{2}}} \left( d^2 - 2x^2 \right)$$

従って、最大値となる場所  $x$  は

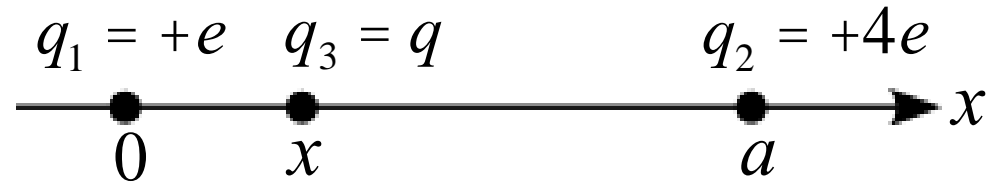
$$x = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

# 電荷～クーロンの法則～例題

2つの電荷が  $x$  軸上に置かれている。

電荷1:  $x = 0, q_1 = +e$

電荷2:  $x = a, q_2 = +4e$



- (1) 電荷3 ( $q_3 = q$ ) を  $x$  軸上  $0 < x < a$  に置いたとき、電荷3が受ける力を求めよ。
- (2) 電荷3の電荷1と電荷2から受ける力がゼロになる場所を求めよ。
- (3) 3つの電荷の受ける力をゼロにするための電荷3の電気量を求めよ。

# 電荷～クーロンの法則～例題

質量  $m$  、電荷  $q$  をもつ十分に小さな球が、長さ  $L$  の糸で吊るされて静止している。

2つの球の間隔  $x$  はいくらか求めよ。

但し、角度  $\theta$  は十分に小さいとする。

