

基礎物理学 練習問題

～電磁気学～

略解 例題01 - 20

例題-01

$$|\vec{F}| = 2.3 \times 10^{-12} \quad [\text{N}]$$

引力 (有効数字は2桁)

例題-02

$$|\vec{F}| = 58 \quad [\text{N}]$$

斥力 (有効数字は2桁)

例題-03

1. 作図: 略

$$2. \quad f = k \frac{Qq}{x^2 + d^2}$$

$$3. \quad F = \frac{2kQqx}{(x^2 + d^2)^{3/2}}$$

$$4. \quad x = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

例題-04

$$(1) \quad F_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{e}{x^2} - \frac{4e}{(a-x)^2} \right\}$$

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を k として表しても可

例題-04

$$(2) \quad x = \frac{a}{3}$$

$$(3) \quad q = -\frac{4}{9}e$$

例題-05

$x \ll L$ なので $\tan \theta \approx \frac{x}{2L}$ の近似を用いる

$$x \approx \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

クーロン定数を k で表すなら

$$x \approx \left(2k \frac{q^2 L}{mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

例題-06

$$(1) \quad E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

$$(2) \quad R_1 < R_2 \text{ とすると}$$

$$V_{R_1 \rightarrow R_2} = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_2}{R_1}$$

例題-07

$$(1) \quad E_Z = \frac{\rho R Z}{2\epsilon_0 (R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(2) \quad V = \frac{\rho R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + Z^2}}$$

例題-08

$$(1) \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$(2) \quad V = -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0}$$

例題-09

$$(1) \quad E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

$$(2) \quad E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

(3) 略

例題-10

$$(1) \quad E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{R^2}{r^2}$$

$$(2) \quad E(r) = 0$$

(3) 略

例題-11

$$E_z = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

例題-12

$$(1) \quad E_z = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 z}$$

$$(2) \quad E_z = 0$$

例題-13

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

例題-14

$$(2) \quad i = 3.2 \times 10^5 \text{ [A/m}^2\text{]}$$

$$(3) \quad I = 0.25 \text{ [A]}$$

例題-15

レポート課題対象につき省略

例題-16

$$(1) \quad V = RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

$$(2) \quad I(0) = \frac{V}{R}$$

$$(3) \quad Q(\infty) = CV$$

(4) 作図：略
原点での傾き $\frac{V}{R}$

例題-17

$$(1) \quad V = RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

$$(2) \quad I(0) = -\frac{V}{R}$$

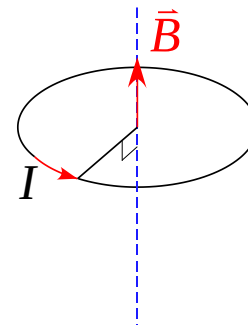
$$(3) \quad Q(\infty) = CV$$

(4) 作図：略
原点での傾き $-\frac{V}{R}$

例題-18

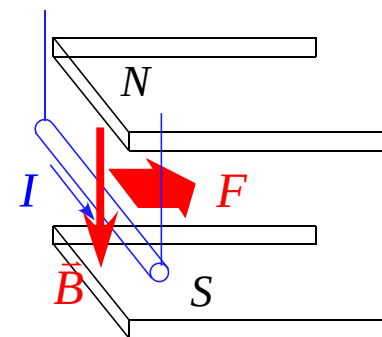
S極

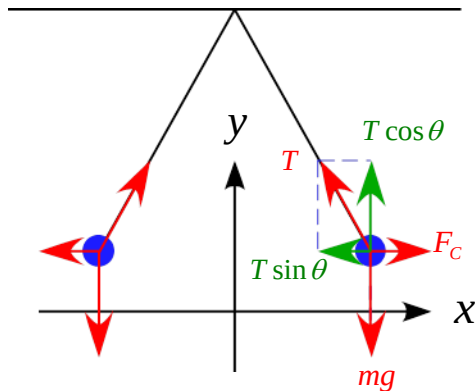
例題-19



例題-20

(1, 2)





運動方程式は

$$ma_x = F_C - T \sin \theta$$

$$ma_y = T \cos \theta - mg$$

静止しているので $a_x = 0, a_y = 0$

$$0 = F_C - T \sin \theta$$

$$0 = T \cos \theta - mg$$

従って、

$$T \sin \theta = F_C$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_C}{mg}$$

$$\tan \theta = \frac{F_C}{mg}$$

ここで F_C は

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2}$$

である。

また、 θ が十分に小さいので $x \ll L$ となり

$$\tan \theta = \frac{\frac{x}{2}}{\sqrt{L^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}}$$

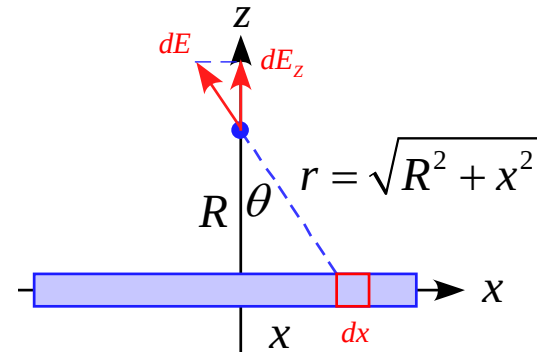
$$= \frac{\frac{x}{2}}{L \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2L}\right)^2}} \approx \frac{x}{2L}$$

従って、

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} = \tan \theta \approx \frac{x}{2L}$$

$$x^3 \approx \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$x \approx \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho dx$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2}$$

である。

対称性により、 x 成分は打ち消しあうので z 成分だけ計算すればよい。

z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos \theta$$

ここで

$$x = R \tan \theta \quad r = \frac{R}{\cos \theta}$$

$$dx = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta$$

であるから

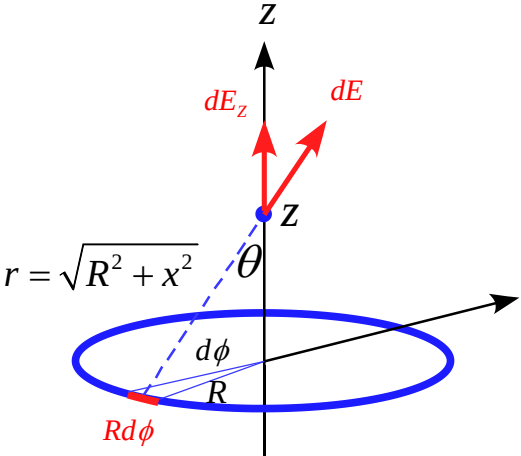
$$\begin{aligned}dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos\theta \\&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{\left(\frac{R}{\cos\theta}\right)^2} \cdot \cos\theta \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta \\&= \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta d\theta\end{aligned}$$

従って、全電場は

$$\begin{aligned}E_z &= \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta \\&= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}V_{BA} &= \int_{R_1}^{R_2} E_z dz \\&= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z} dz \\&= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} (\log R_2 - \log R_1) \\&= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho R d\phi$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2}$$

である。

対称性により、Z 成分だけ計算すればよい

Z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \cos\theta$$

ここで

$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

であるから

$$\begin{aligned}dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \frac{z}{r} \\&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} d\phi\end{aligned}$$

従って、全電場は

$$\begin{aligned}E_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \int_0^{2\pi} d\phi \\&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \cdot 2\pi \\&= \frac{\rho R z}{2\epsilon_0 (R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}\end{aligned}$$

(2)

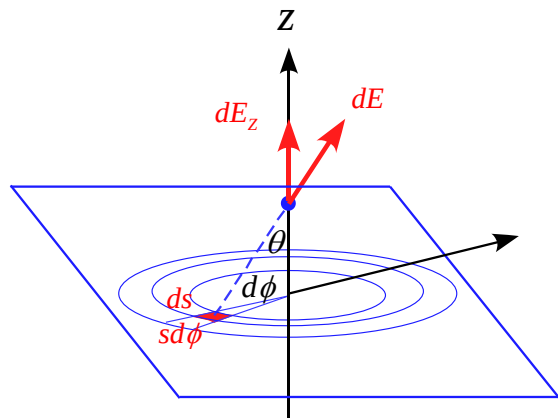
微小部分による電位は

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r}$$

である。

従って、電位は

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \int_0^{2\pi} d\phi \\&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \cdot 2\pi \\&= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 r} \\&= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}\end{aligned}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \sigma ds \phi ds$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma ds \phi ds}{r^2}$$

である。

対称性により、Z 成分だけ計算すればよい

Z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma ds \phi ds}{r^2} \cdot \cos \theta$$

ここで

$$s = a \tan \theta \quad r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$ds = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

であるから

$$\begin{aligned} dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma a \tan \theta d\phi \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta}{\left(\frac{a}{\cos \theta}\right)^2} \cdot \cos \theta \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

従って、全電場は

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi [-\cos \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

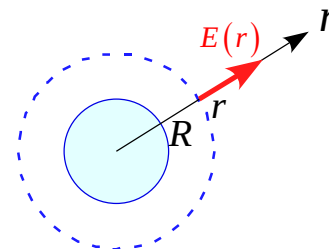
(2)

電位は

$$\begin{aligned} V_{BA} &= \int_a^0 E_z dz \\ &= \int_a^0 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dz \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_a^0 dz \\ &= -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

(1)

$r \geq R$



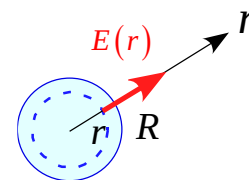
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

(2)

$r \leq R$

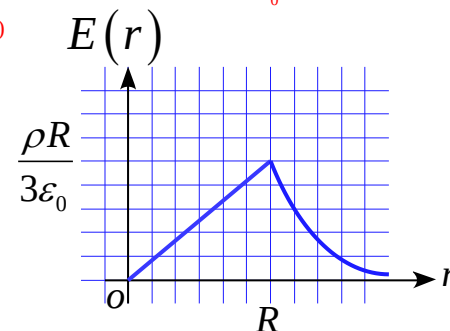


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

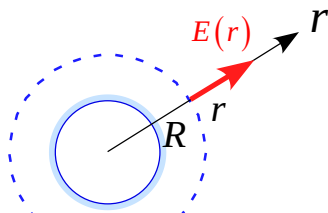
$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

(3)



解説 - 10

(1)
 $r \geq R$

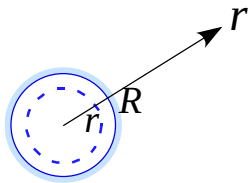


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi R^2 \sigma$$

$$E(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}$$

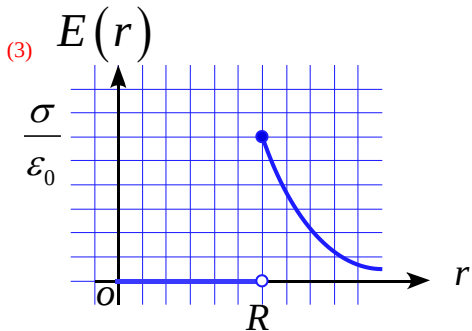
(2)
 $r < R$



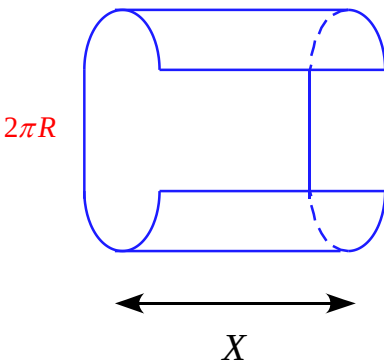
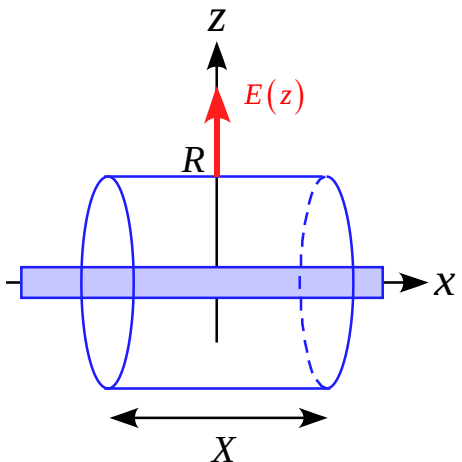
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(r) = 0$$



解説 - 11



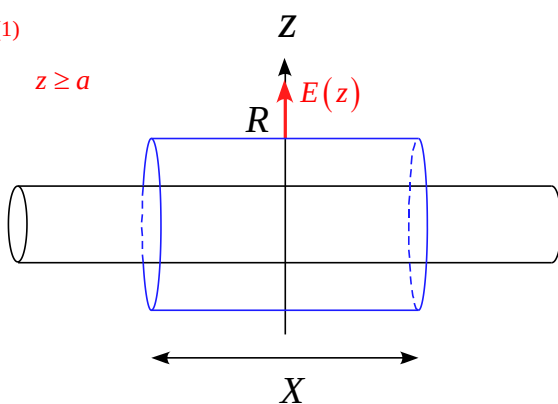
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 2\pi R X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0 R}$$

解説 - 12

(1)
 $z \geq a$

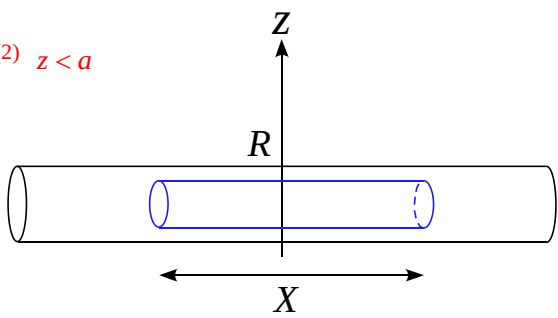


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 2\pi z X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0 z}$$

(2) $z < a$

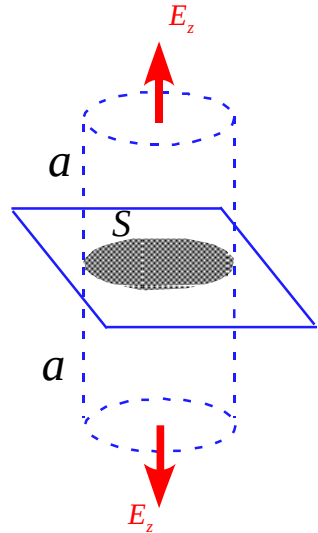


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(z) = 0$$

解説 - 13



$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$
$$2E_z \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$$
$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

解説 - 14

(1)

$$i = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1A}{3.14 \times (0.001m)^2}$$
$$= 3.18 \times 10^5$$
$$\approx 3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

(2)

$$I_0 = iS = (3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2) \times (3.14 \times (0.0005m)^2)$$
$$= 0.25A$$

解説 - 16

(2)

回路方程式において $t = 0$ の時 $Q(0) = 0$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$
$$RI(0) + \frac{0}{C} = V$$
$$I(0) = \frac{V}{R}$$

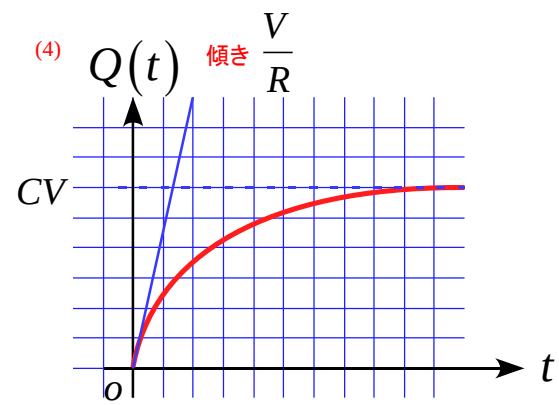
(3)

回路方程式において $t = \infty$ の時

$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$
$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$
$$Q(\infty) = CV$$



解説 - 17

(2)

回路方程式において $t = 0$ の時 $Q(0) = 2CV$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$
$$RI(0) + \frac{2CV}{C} = V$$
$$I(0) = -\frac{V}{R}$$

(3)

回路方程式において $t = \infty$ の時

$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$
$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$
$$Q(\infty) = CV$$

