2020講義ノート
基礎物理学 (力学)
理学部・生物分子学科

Introduction

「物理 」という学問とは

物 理

モノ　　コトワリ

物の理を考える学問

⇩　⇩

物体　法則

何を学ぶのか

・先達の知識を理解する

既に知られている自然界の法則

・新しい法則を探す

研究者

Introduction

物理 (Physics)

扱う範囲

非常に小さい		非常に大きい
クオーク	45 桁	宇宙
quark		universe
～10^{-18} [m]		～10^{27} [m]

分野

古典物理学 (マクロな世界)

- ニュートン力学
- 解析力学
- 古典電磁気学
- 古典熱力学

量子力学が発達 →

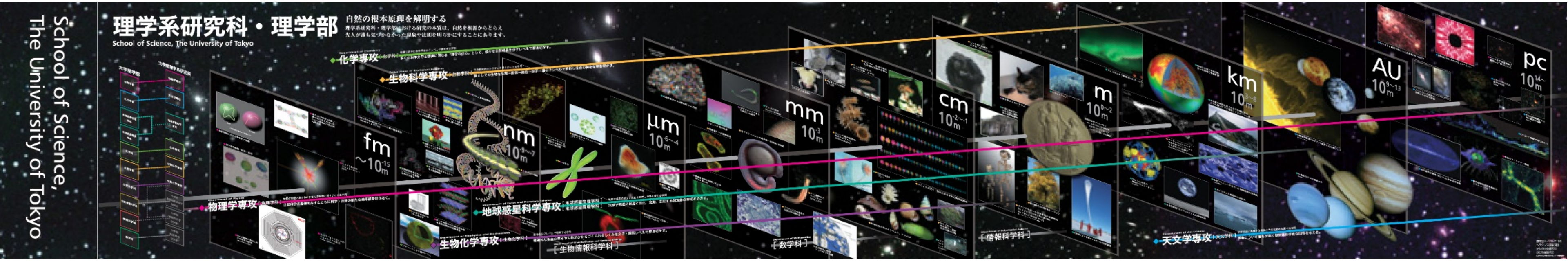
現代物理学 (ミクロな世界)

- 量子力学
- 量子統計力学
- 特殊相対性理論
- 一般相対性理論
- その他、専門分野

Introduction

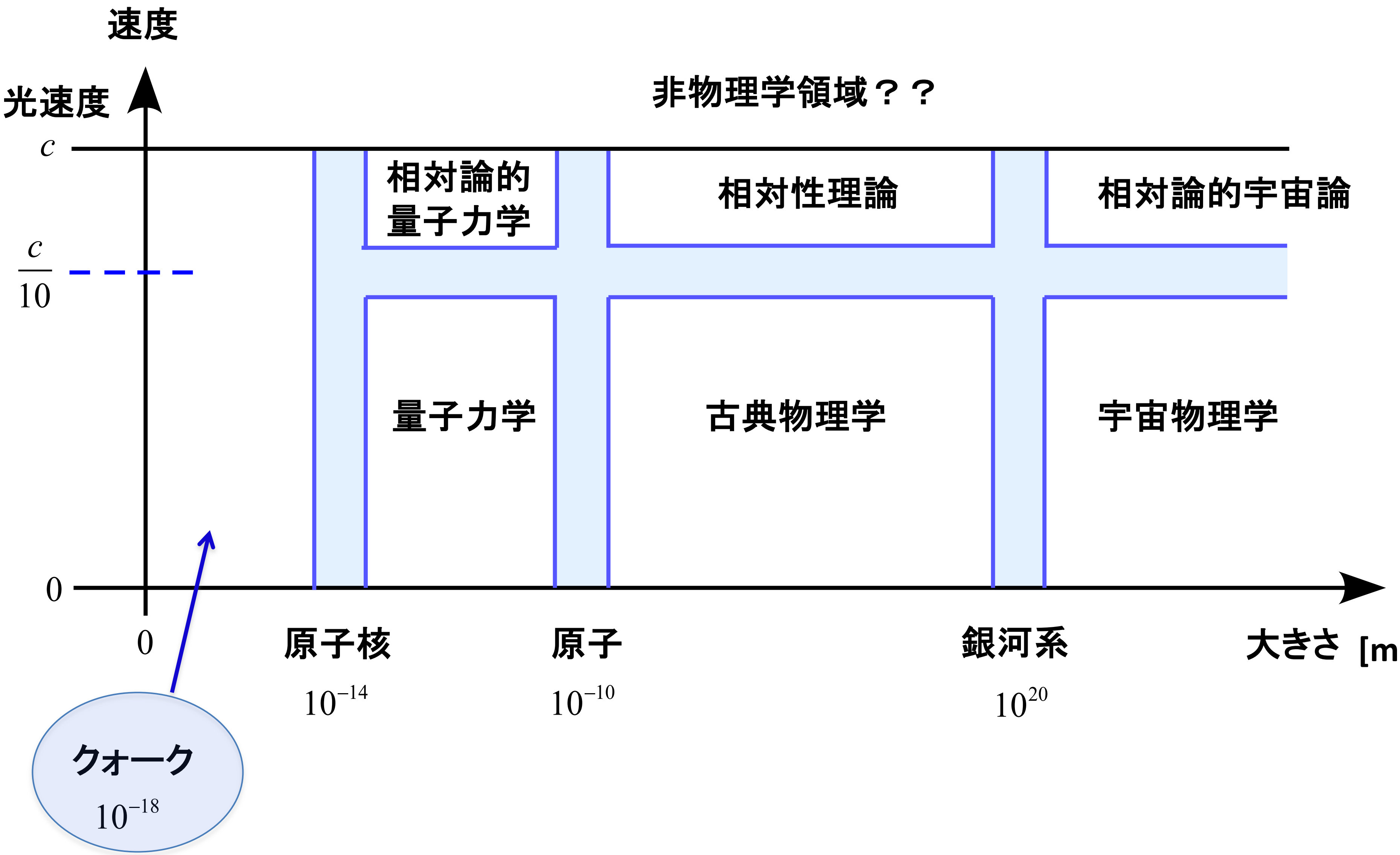
物理 (Physics)

扱う範囲



(出典：東京大学理学研究科HP)

Introduction



物理量～単位系

物理量　MKS単位系　（参考）

Length :長さ	Time :時間	Mass :質量
m	sec	kg
[L]	[T]	[M]

長さ: 1m
光が真空中で1/299792458 s の間に進む距離
時間: 1s
133Cs原子が吸収する電磁波の周期の9192631770倍
質量: 1kg
プランク定数hを6.62607015 × 10^{-34} Js と定めることで設定される

国際単位系の基本単位

物理量	単位記号	名称
長さ	m	メートル
質量	kg	キログラム
時間	s	秒（second）
電流	A	アンペア
熱力学的温度	K	ケルビン
物質量	mol	モル
光度	cd	カンデラ
平面角	rad	ラジアン
立体角	sr	ステラジアン

国際単位系(SI)
国際度量衡委員会が基本量の標準を定めた単位系

次元解析～誘導単位

次元解析

次元：物理的性質を表している

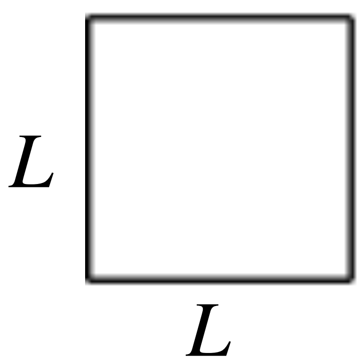
式の導出などの検証の手段になる

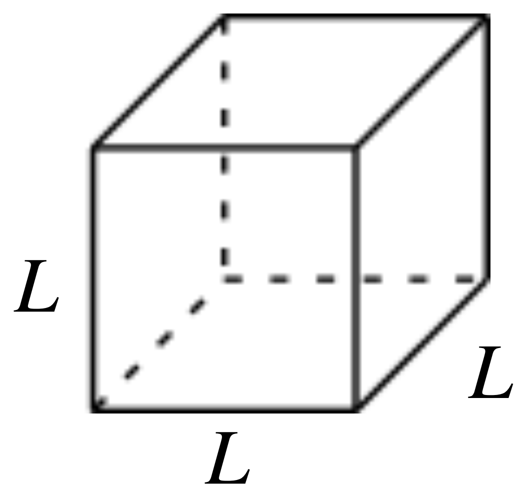
計算をしていて、何かオカシイ？
と思ったら、次元解析をするとよい

例

物理量	関係式	単位記号	次元
面積 (Square)	$S = L \times L$	m^2	[L^2]
体積 (Volume)	$V = L \times L \times L$	m^3	[L^3]
密度 (Density)	$\rho = m / V$	g /cm^3	[M / L^3]

← CGS 単位系





次元解析～誘導単位

物理量	関係式	単位記号	次元
速度、速さ (Velocity , Speed)	$\vec{v} =$	m / s	[LT^{-1}]
加速度 (Acceleration)	$\vec{a} =$	m / s^2	[LT^{-2}]
力 (Force)	$\vec{f} =$	kg・m / s^2 ＝ N	[LMT^{-2}]
仕事 (Work)	$W =$	kg・m^2 / s^2 ＝ N・m = J	[L^2MT^{-2}]
運動エネルギー (Kinetic energy)	$K =$	kg・m^2 / s^2 ＝ N・m = J	[L^2MT^{-2}]
力積 (Impulse)	$\vec{I} =$	kg・m / s ＝ N・s	[LMT^{-1}]
運動量 (Momentum)	$\vec{p} =$	kg・m / s ＝ N・s	[LMT^{-1}]

接頭語

単位の10の整数乗倍を表すために接頭語を用いる

例

10^3 m=1 km

k は10^3を示している

国際単位系における接頭語

接頭語	記号	ベキ
ペタ (peta)	P	10^{15}
テラ (tera , terra)	T	10^{12}
ギガ (giga)	G	10^{9}
メガ (mega)	M	10^{6}
キロ (kilo)	k	10^{3}
ヘクト (hecto)	h	10^{2}
デカ (deka , deca)	da	10^{1}
デシ (deci)	d	10^{-1}
センチ (centi)	c	10^{-2}
ミリ (milli)	m	10^{-3}
マイクロ (micro)	μ	10^{-6}
ナノ (nano)	n	10^{-9}
ピコ (pico)	p	10^{-12}
フェムト (femto)	f	10^{-15}

番外編

オングストローム
(angstrom)

Å $=10^{-10}$

例

1 km = m
= m

1 cm = m

100 cm = m
= m

時間微分と時間積分

例題

x_0, v_0, a_0 をそれぞれ定数とし、C を積分定数とする。次の条件を満たす関数 $x(t), v(t)$ について、時間微分や時間積分を行い、下記空欄に x_0, v_0, a_0 のいずれか、または、定数を書き込め。

(1) $x(t) = x_0 + v_0 t \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{dx(t)}{dt} = \boxed{}$

(2) $v(t) = v_0 + a_0 t \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{dv(t)}{dt} = \boxed{}$

(3) $x(t) = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2$

$\Longrightarrow \quad \dfrac{dx(t)}{dt} = \boxed{} + \boxed{}\, t$

(4) $\dfrac{dv(t)}{dt} = a_0$

$\Longrightarrow \quad v(t) = \displaystyle\int \boxed{}\, dt = \boxed{}\, t + C$

---

n を自然数，k を定数とし，$f(t)$, $g(t)$ をそれぞれ t の関数とする。変数 t に関する微分を“**時間微分**”といい，

I. $\dfrac{d}{dt} t^n = n t^{n-1}$

II. $\dfrac{d}{dt}\{k f(t)\} = k \dfrac{df(t)}{dt}$

III. $\dfrac{d}{dt}\{f(t) + g(t)\} = \dfrac{df(t)}{dt} + \dfrac{dg(t)}{dt}$

が成り立つ。また，変数 t に関する積分を“**時間積分**”といい，

IV. $\displaystyle\int t^n \, dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1} + C$

V. $\displaystyle\int \{k f(t)\}\, dt = k \int f(t)\, dt$

VI. $\displaystyle\int \{f(t) + g(t)\}\, dt = \int f(t)\, dt + \int g(t)\, dt$

が成り立つ（C は積分定数である）。

(5) $$\frac{dx(t)}{dt} = v_0$$

$$\Longrightarrow \; x(t) = \int \boxed{}\, dt = \boxed{}\, t + C$$

(6) $$\frac{dx(t)}{dt} = v_0 + a_0 t$$

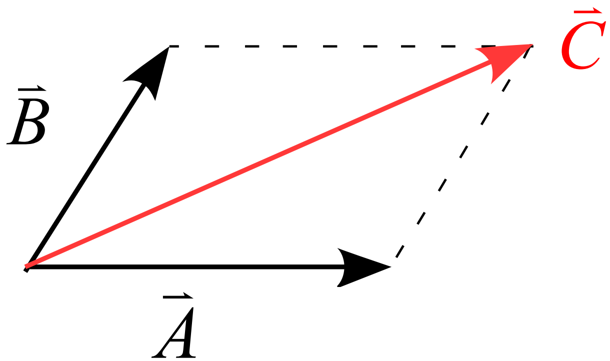
$$\Longrightarrow \; x(t) = \int \left(\boxed{} + \boxed{}\, t \right) dt$$

$$= \boxed{}\, t + \frac{1}{\boxed{}} a_0 t^2 + C$$

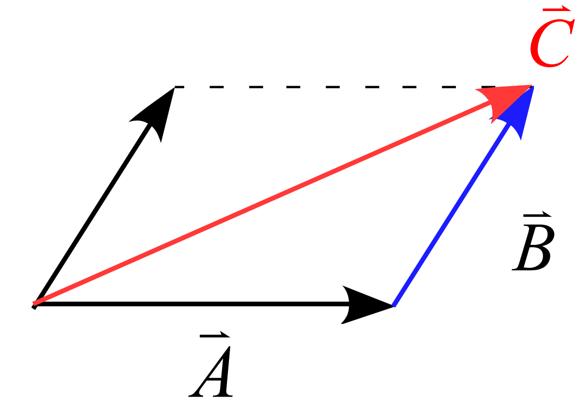
ベクトル

ベクトル　大きさ + 向き

ベクトルの和　$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

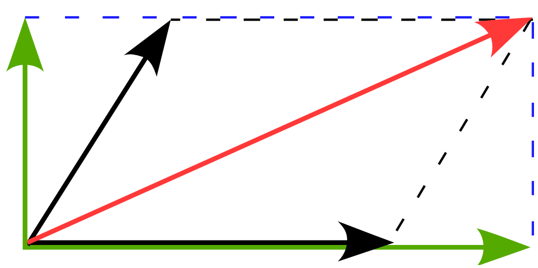


平行四辺形を作る



$\vec{B}$を平行移動して考える

ベクトルの分解



ベクトルの分解の仕方はたくさんある

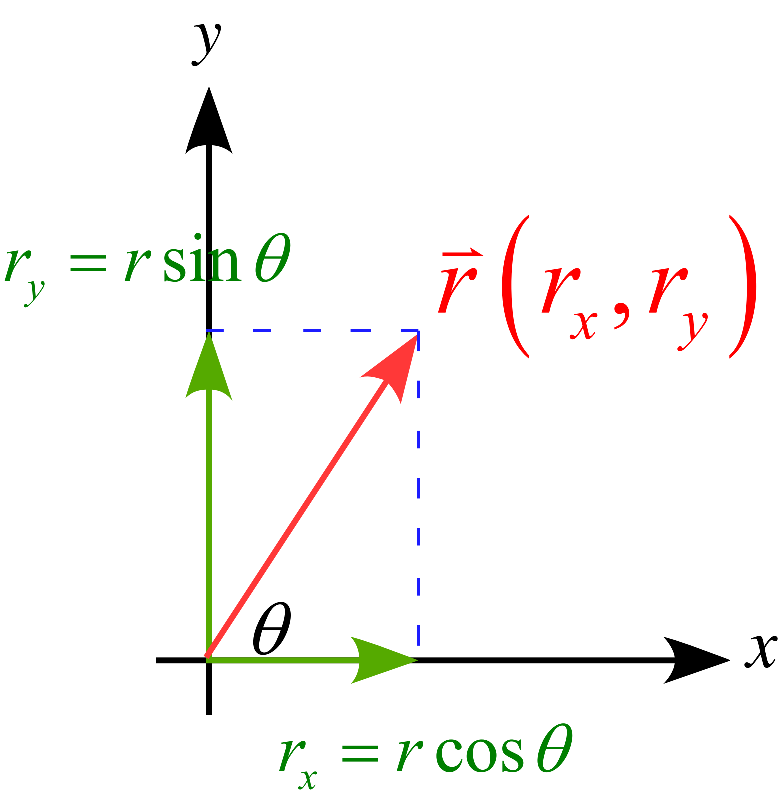
合成して元に戻ればOK

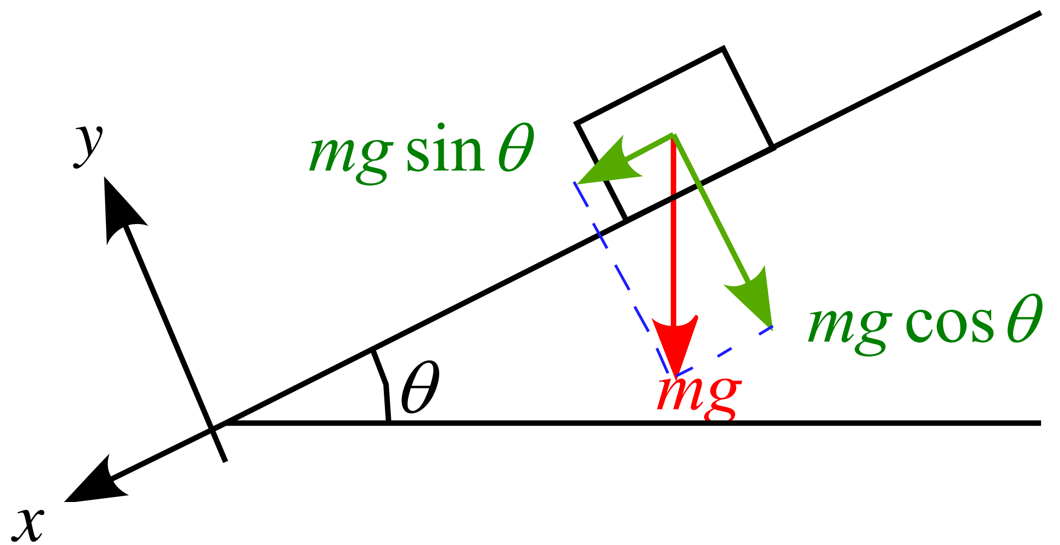
ベクトル

ベクトルの分解

速度ベクトルの分解
力の分解
変位の分解

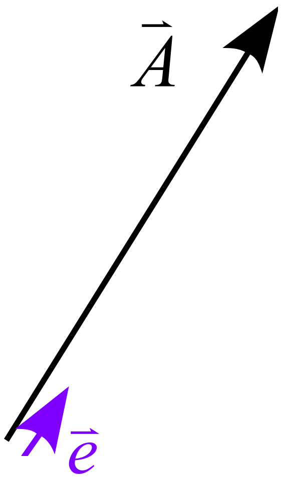
ベクトルの分解を分解して考えるケースは多い





ベクトル

単位ベクトル　大きさが 1 であるベクトル

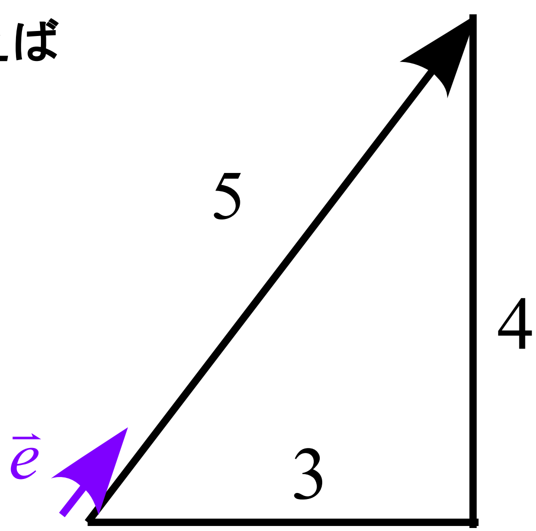


$\vec{A}$ の大きさは $|\vec{A}|$ と表す

向きは同じ、大きさは 1

$$\vec{e} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

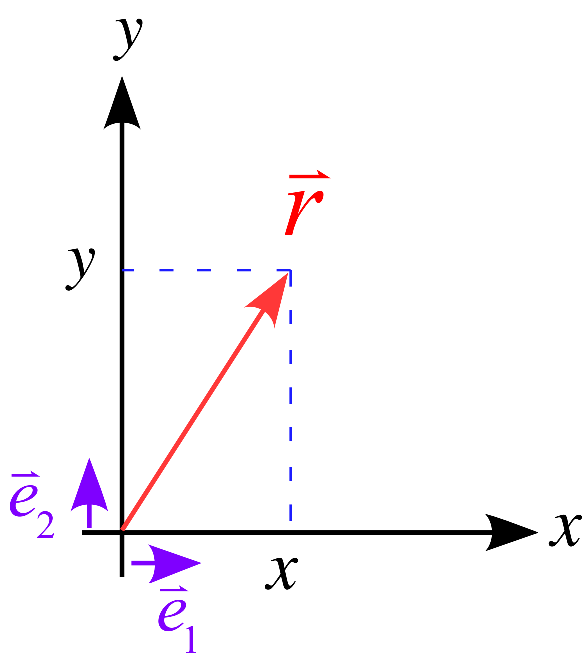
例えば



$$\vec{e} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{(3,4)}{|5|} = \frac{1}{5}(3,4)$$

ベクトル

単位ベクトル　**2次元 直交座標**



$$\vec{r} = (x, y) \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

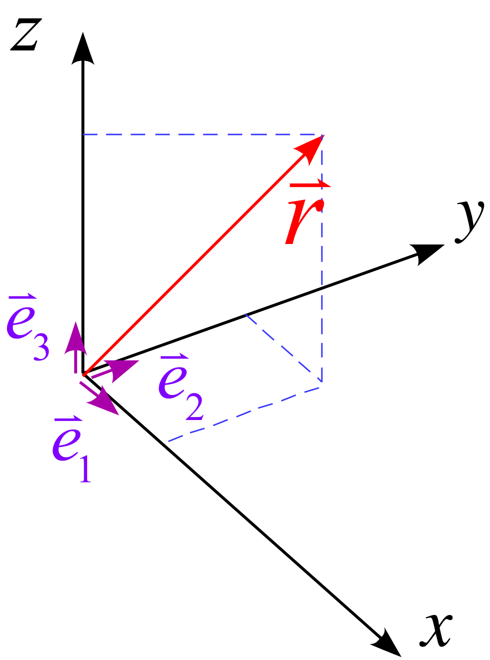
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$$

$$= x\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ベクトル

単位ベクトル　**3次元 直交座標**



$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

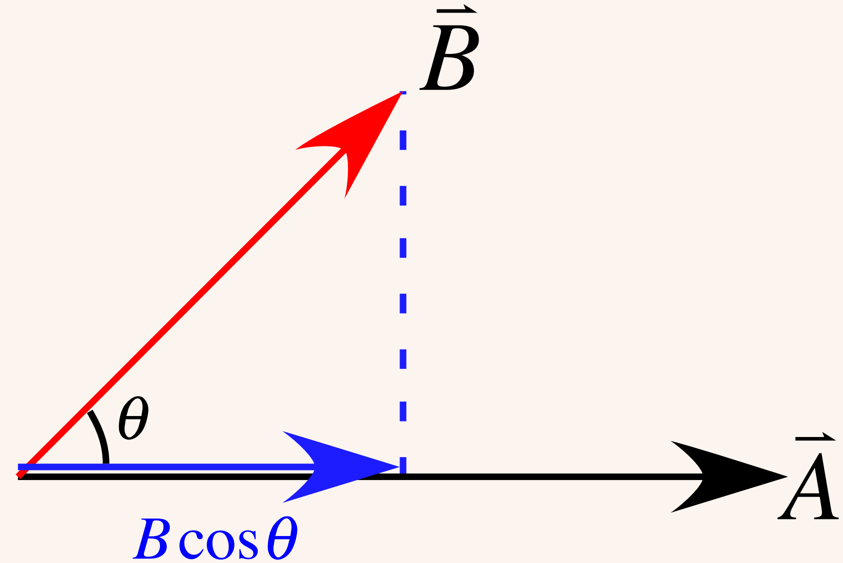
$$= x\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ベクトル〜内積

ベクトルの内積

$$\vec{A}\cdot\vec{B}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cos\theta$$



これを3次元の直交座標系を考える

ベクトルの成分を

$$\vec{A} = \left(A_x, A_y, A_z\right) \quad \vec{B} = \left(B_x, B_y, B_z\right)$$

とし、それぞれの単位ベクトルを $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ **とすると**

ベクトル～内積

ベクトルはそれぞれ

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

となるので、ベクトルの内積は

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}\right)\cdot\left(B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}\right)$$

$$= A_x\vec{i}\cdot B_x\vec{i} + A_x\vec{i}\cdot B_y\vec{j} + A_x\vec{i}\cdot B_z\vec{k} +$$

$$A_y\vec{j}\cdot B_x\vec{i} + A_y\vec{j}\cdot B_y\vec{j} + A_y\vec{j}\cdot B_z\vec{k} +$$

$$A_z\vec{k}\cdot B_x\vec{i} + A_z\vec{k}\cdot B_y\vec{j} + A_z\vec{k}\cdot B_z\vec{k}$$

ベクトル～内積

ここで単位ベクトルに対して

$$\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{i}=0$$

$$\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}=\vec{k}\cdot\vec{k}=1$$

が成立するので

$$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z}$$

となる

任意の2元

$$A=\left(A_1,A_2,\cdots A_n\right)$$

$$B=\left(B_1,B_2,\cdots B_n\right)$$

に対し

$$A\cdot B=\sum_{i=1}^{n}A_iB_i$$

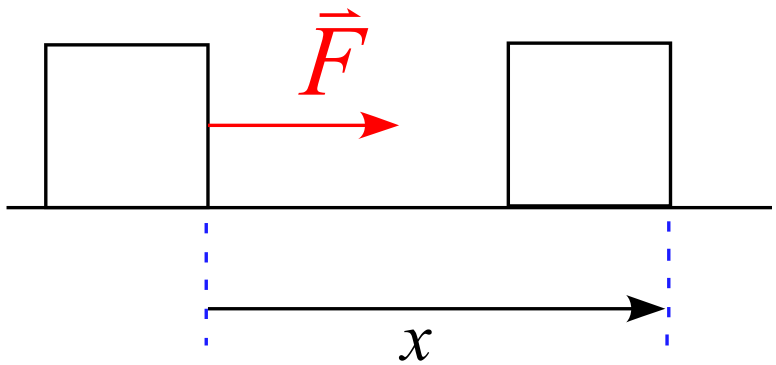
それぞれの成分どうしをかけたものの和

ベクトル～内積

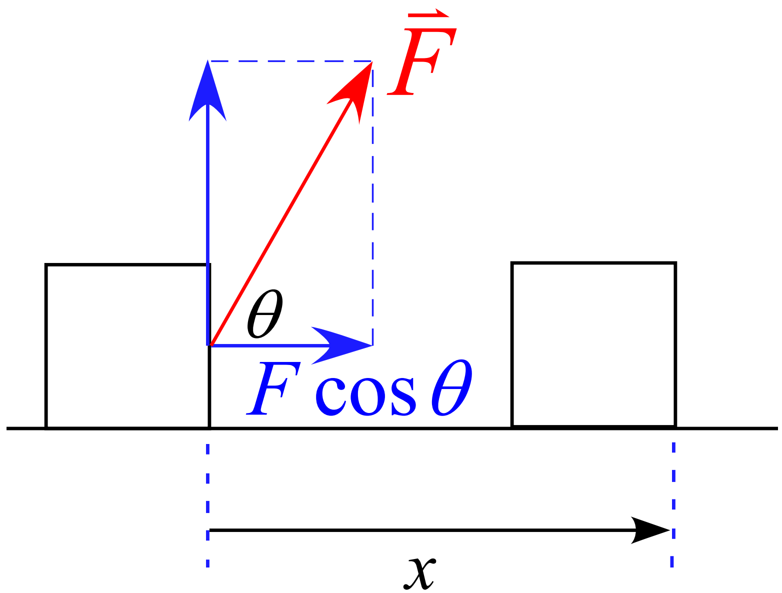
力学で何に使うのか？

仕事を考えるときに使う

仕事＝力×移動距離



$$W = F \times x$$



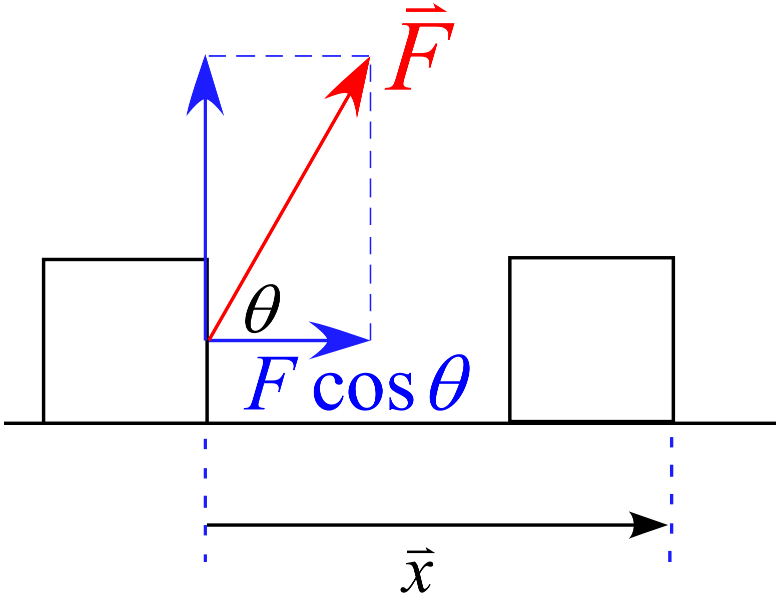
$$W = F\cos\theta \times x$$
$$= Fx\cos\theta$$

ベクトル～内積

一般化したい

力も変位もベクトルだから
ベクトルを用いて表したい

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$
$$= |\vec{F}||\vec{x}|\cos\theta$$



力と変位が平行の場合は

$$\cos 0 = 1$$

なので $W = |\vec{F}||\vec{x}|$

ベクトル～外積

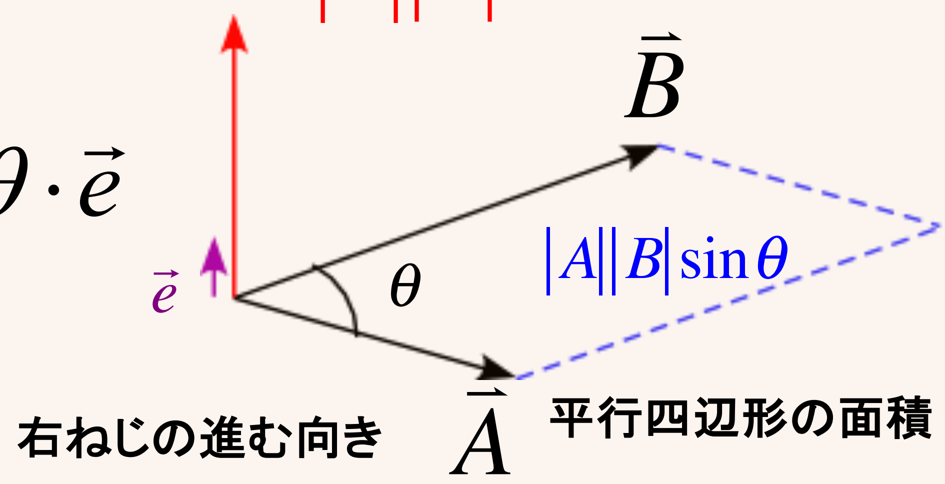
ベクトルの外積

$$\vec{A}\times\vec{B}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta\cdot\vec{e}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{C}=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta\cdot\vec{e}$$



内積のときと同様に成分で考えてみると

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$$

$$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}$$

ベクトル〜外積

となるので、ベクトルの外積は

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}\right)\times\left(B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}\right)$$

$$=$$

ここで単位ベクトルに対して

$$\vec{i}\times\vec{i}=\vec{j}\times\vec{j}=\vec{k}\times\vec{k}=\vec{0}$$

$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k},\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i},\vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$$

が成立するので

ベクトル～外積

となるので、ベクトルの外積は

$$\vec{A}\times\vec{B}$$

$$=\left(A_yB_z-A_zB_y\right)\vec{i}+\left(A_zB_x-A_xB_z\right)\vec{j}+\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\vec{k}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{pmatrix}A_yB_z-A_zB_y\\A_zB_x-A_xB_z\\A_xB_y-A_yB_x\end{pmatrix}$$

となる

回転運動 (角運動量・力のモーメント)

電磁気学

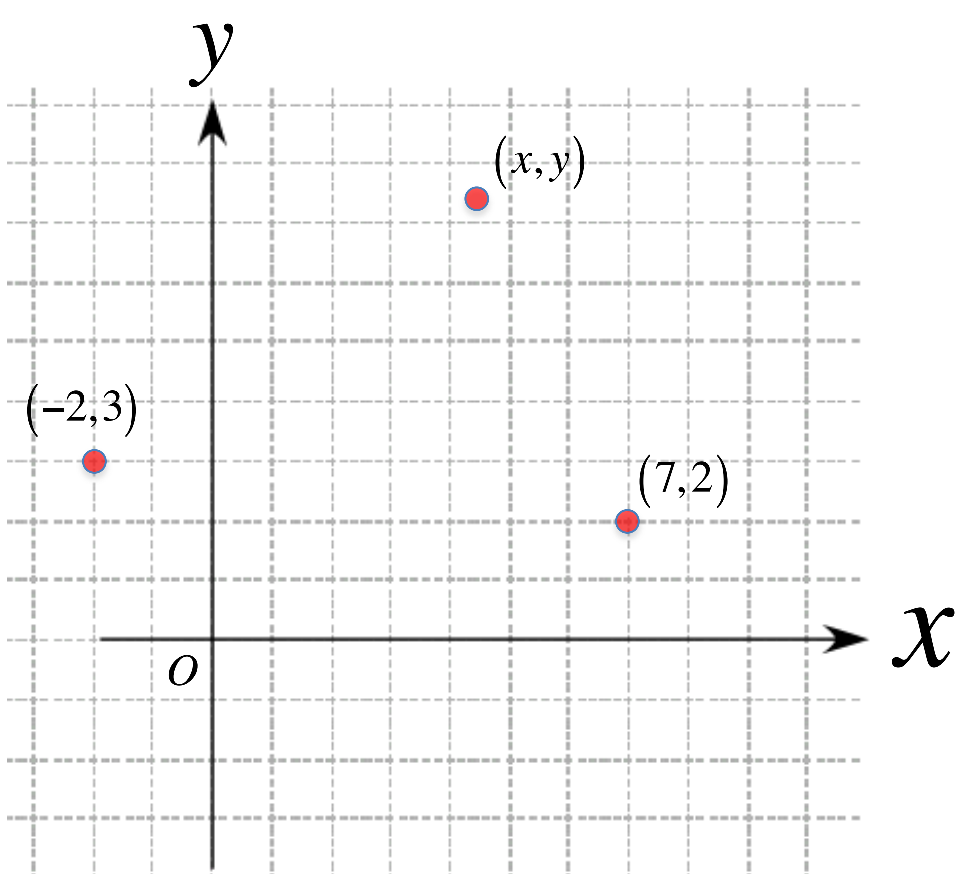
などで使う

ベクトル～座標系

空間内の位置を特定するための座標系は3数の要素で構成される
1.基準点 O(原点)
2.適当な尺度で標識を目盛った1組の座標軸　(x, y – 2次元)
3.原点及び座標軸に対して空間内の点をどのように表記するかという約束

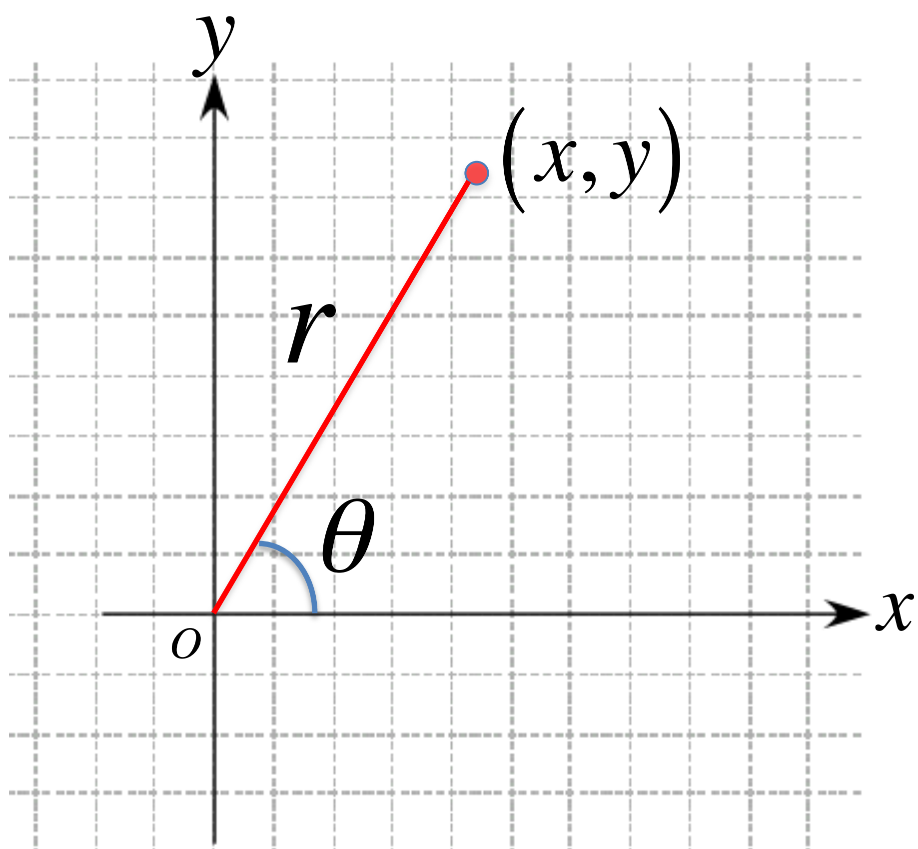
座標系
・デカルト座標系 (直角座標系)
・極座標系

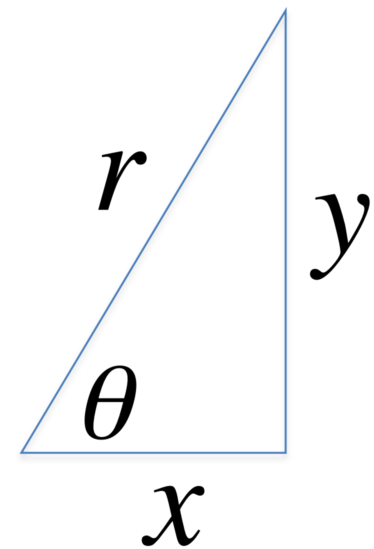
例 (2次元)
直角座標系



座標系〜極座標系

例 (2次元)
極座標系





$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

直角座標系で表すと

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

ベクトルとスカラー

ベクトルとスカラー

ベクトル：大きさと向き (変位、速度)
スカラー：大きさのみ (距離、速さ)

例題

ある歩行者が東に7km及び北に4km歩く。
合成変位を作図し、大きさを求めよ。
(1目盛は1km)