等速度運動

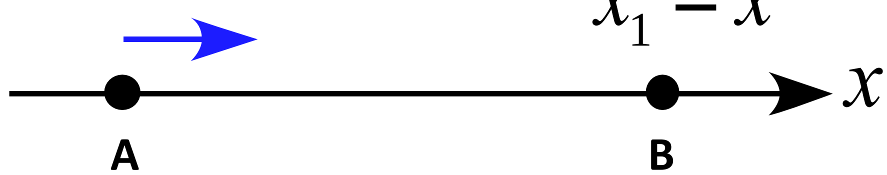
等速度 (等速直線運動)

速さ
向き
→ 一定 (constant)

$$v = v_0$$

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = x$$



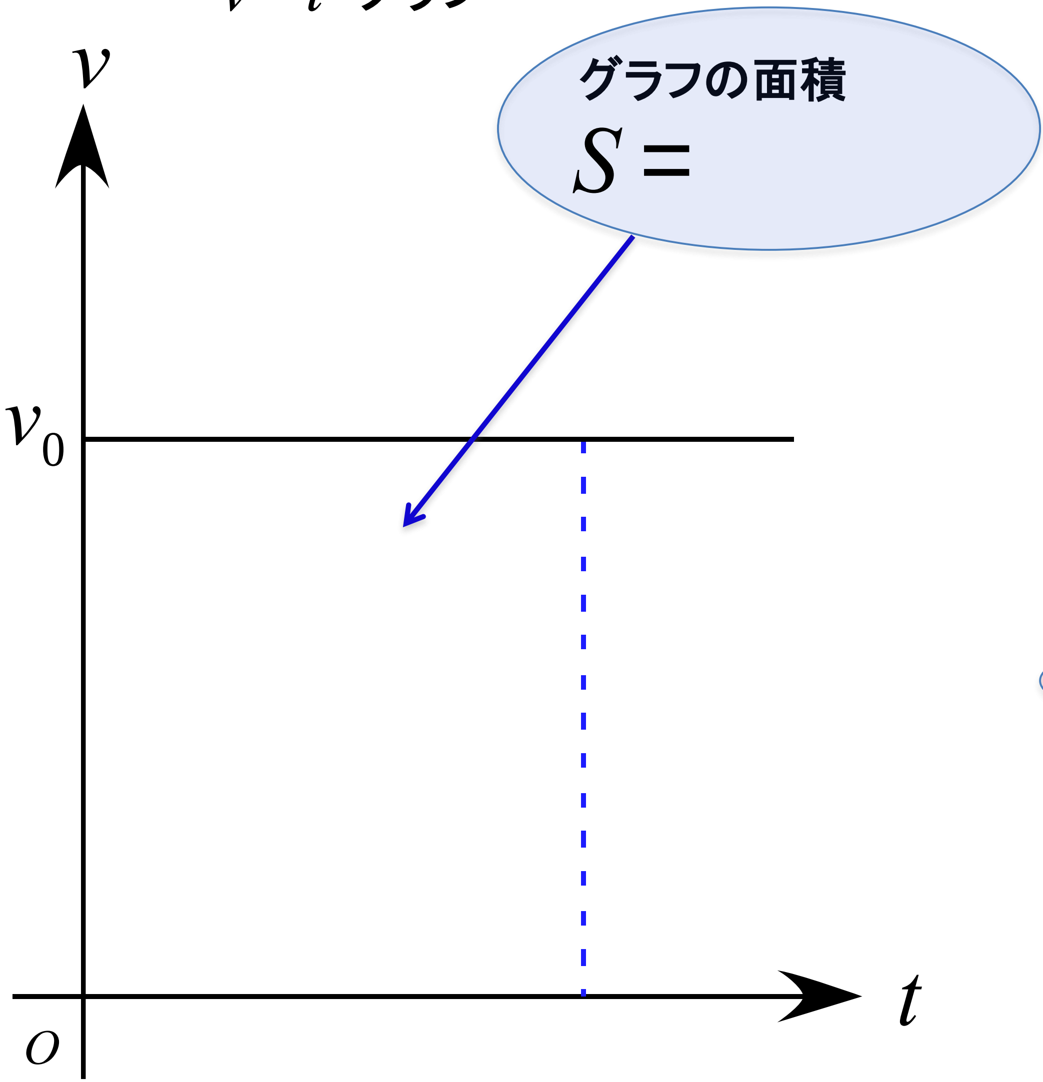
$$t_0 = 0 \qquad t_1 = t$$

$$v = v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - 0}{t - 0} = \frac{x}{t}$$

$$x = v_0 t$$

距離 = 速さ × 時間

v - t グラフ



変位 = v - t グラフの面積

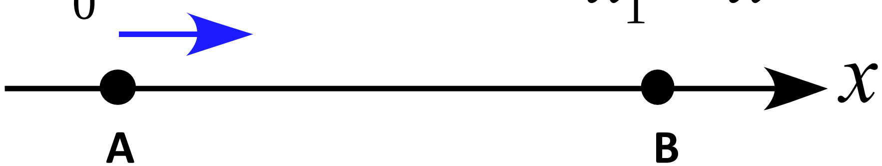
等加速度運動

等加速度

一定の加速度で直線運動

$$v_0 = v_0 \qquad v_1 = v$$

$$x_0 = 0 \qquad x_1 = x$$

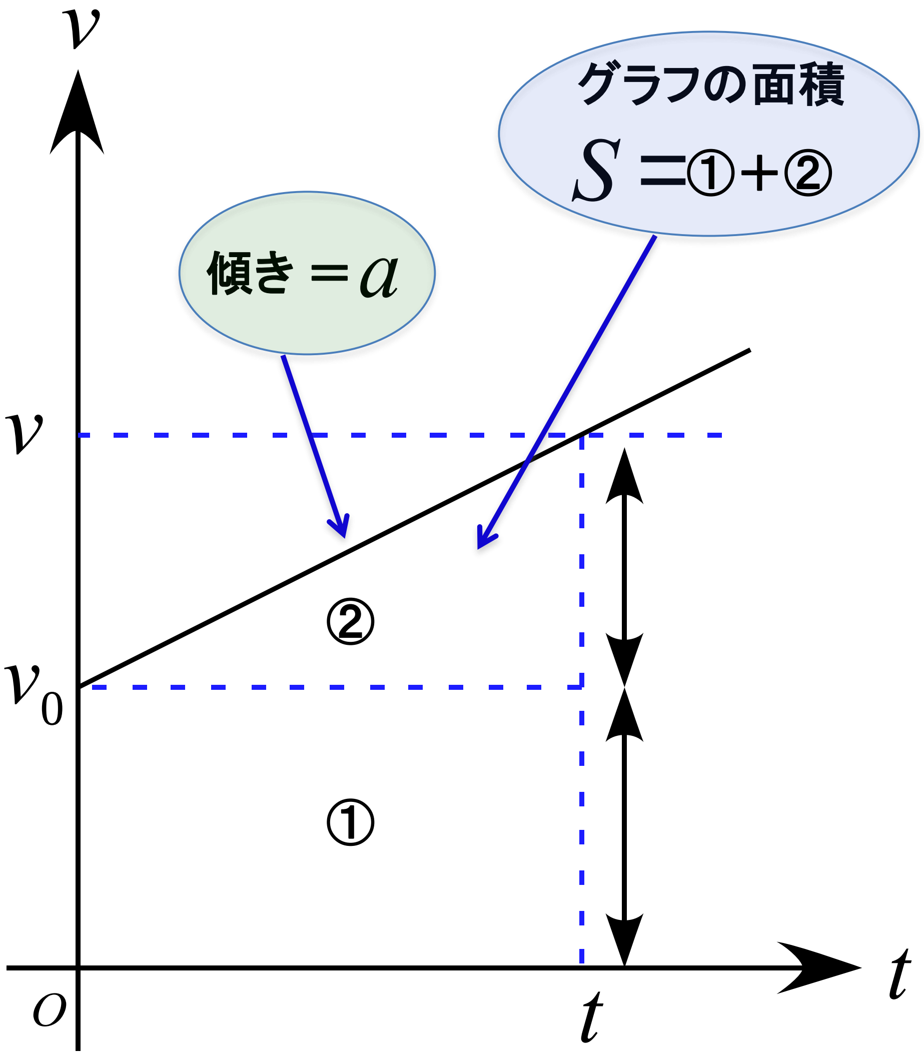


$$t_0 = 0 \qquad t_1 = t$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

v - t グラフ



v - t グラフの面積

S =①+②

変位 = v - t グラフの面積

等加速度運動

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

t を消去

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

(参考)

平均速度

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

(a が一定の場合)

変位

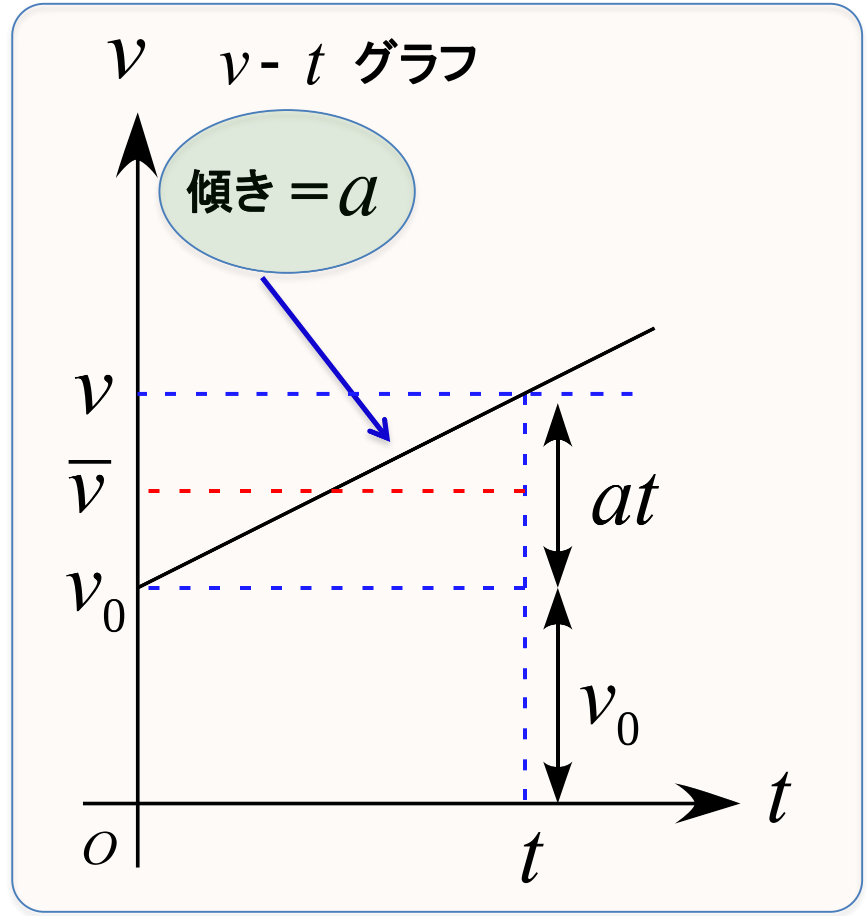
$$\Delta x = \bar{v} \Delta t$$

$$x - 0 = \frac{1}{2}(v + v_0)(t - 0)$$

$$x = \frac{1}{2}(v + v_0)t$$

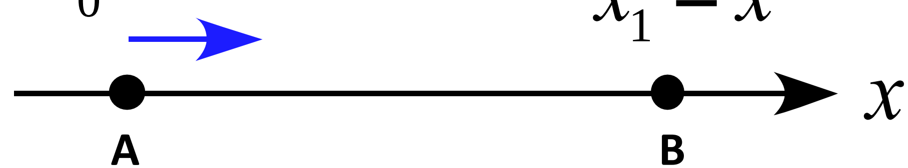
$$x = \frac{1}{2}(v_0 + at + v_0)t$$

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$



$v_0 = v_0$ $\quad$ $v_1 = v$

$x_0 = 0$ $\quad$ $x_1 = x$



$t_0 = 0$ $\quad$ $t_1 = t$

等加速度運動

例題

等加速度運動の速度と変位の式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

から、

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

を導け。

例題

等速度運動と等加速度運動の変位、速度、加速度を定義式から導け。
(但し、初期条件は $t = 0$ で $x = 0, v = v_0$ とする。)

等速度運動 : $v(t) = v_0$

等加速度運動 : $a(t) = a_0$

力学小史

年代	年代	誰が	内容
B.C.	360頃	アリストテレス	重い物体は軽い物体より速く落下する
	320頃	アポロニウス	「円錐曲線論」
	300頃	ユークリッド	「原論」
	250頃	アルキメデス	てこの原理などの発見
A.C.	150頃	プトレマイオス	「アマルゲスト」(天文学の集大成)
	1543	コペルニクス	「天体の回転について」
	1581	ガリレイ	振り子の振動周期について
	1590	ガリレイ	「運動について」(落体の法則)
	1609	ケプラー	惑星の運動についての第1法則,第2法則の発見
	1619	ケプラー	惑星の運動についての第3法則を発見
	1637	デカルト	「方法序説」(解析幾何学について)
	1638	ガリレイ	「新天文学対話」
	1665	ニュートン	万有引力の発見
	1676	フック	バネに関する法則の発見
	1680	ニュートン	万有引力から惑星の軌道が楕円になることを証明
	1687	ニュートン	「プリンキピア:自然哲学の数学的原理」
	1788	ラグランジュ	「解析力学」
	1798	カヴェンディシュ	万有引力定数の測定(地球の質量の決定)
	1834	ハミルトン	正準方程式
	1905	アインシュタイン	特殊相対性理論

力～力の種類

物理での「力」の定義

・物体の運動状態を変化させるもの

・物体を変形させるもの

→ 力

力の種類 （3つ）

場の力

重力場 (Gravitational field) による力（重力）

電場 (Electric field) による力

磁場 (Magnetic field) による力

接触力

張力 : 糸などが物体を引っ張る力 (tension)
抗力 : 床や壁などが物体を押し返す力 (reaction force)
弾性力 : バネやゴムなどが自然長に戻ろうとする力 (elastic force)
摩擦力 : 物体の面同士に働く力 (frictional force)

慣性力

質量が慣性をもつために現れる見かけの力
(電車の急発進)

物体に働く力を探す

場の力→接触力→慣性力 ← この順番で、どういう状態かを考える

1. 場の力はあるか？ (重力)

2. 接触力はあるか？

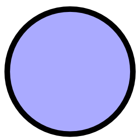
— 何かに接触しているか？
— それによって力が働いているか？

3. 慣性力はあるか？

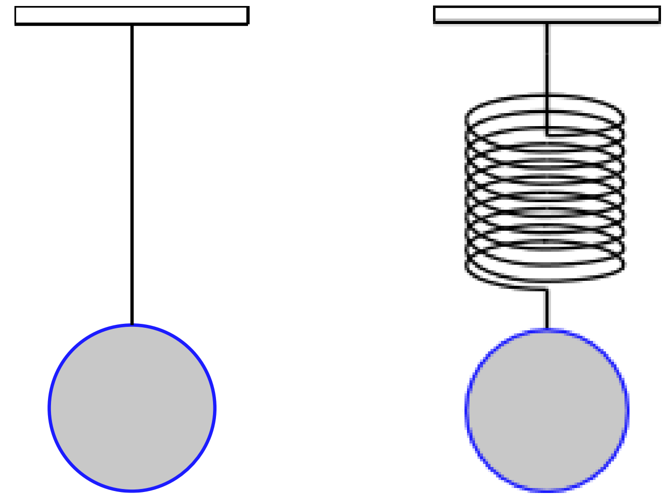
例題

次の図に作用する力を書き込め。

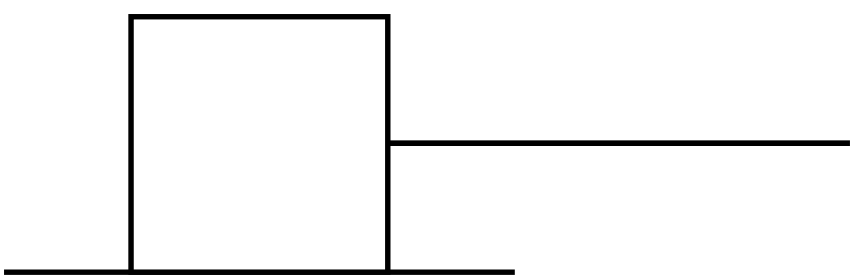
高い場所から物体を落とした



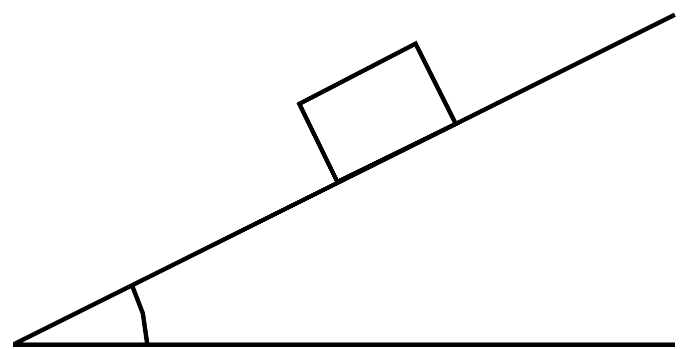
天井に吊るされている状態



糸でつながれている物体が右に引っ張られる



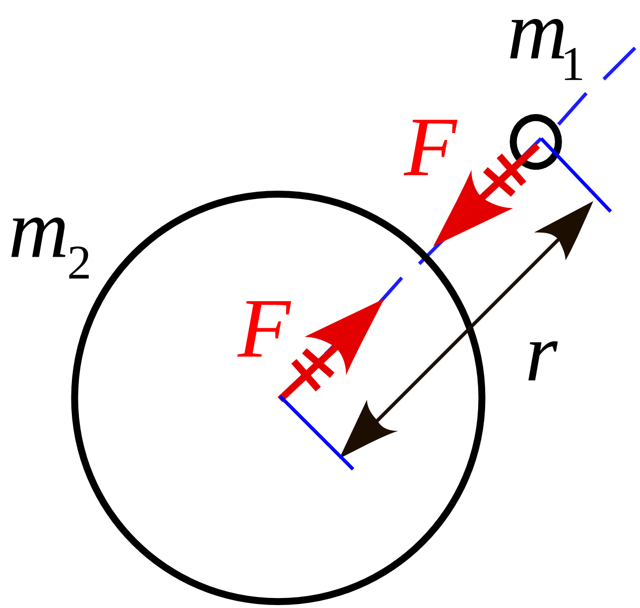
斜面を滑り降りる物体



万有引力の法則

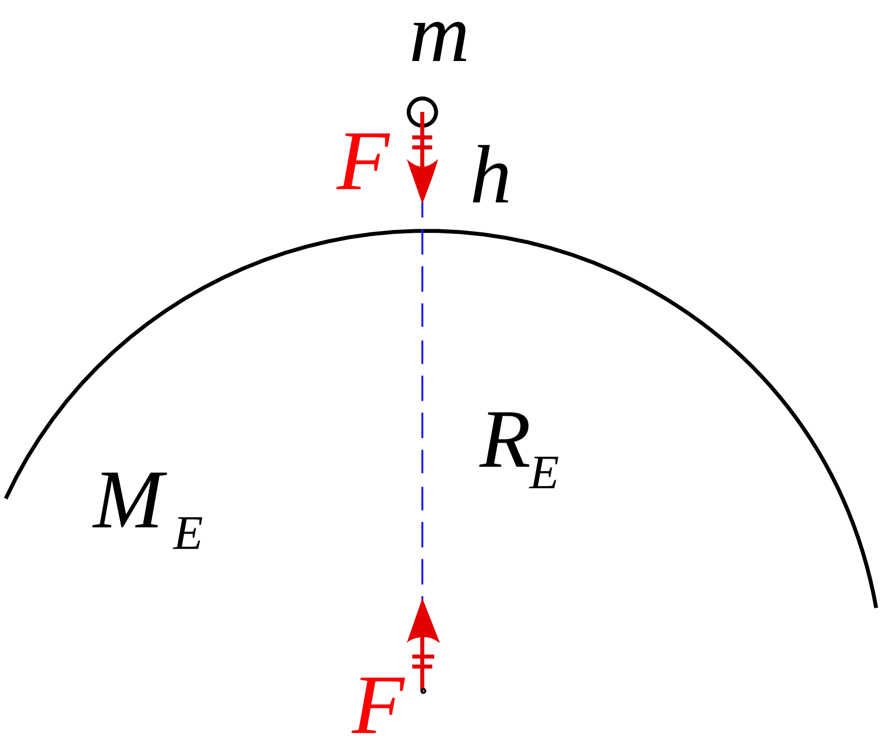
「質量をもつ2つの物体間には、それぞれの質量に比例し、それら2つの物体間の距離の2乗に反比例する引力が、2つの物体を結ぶ直線方向に働く」

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad G = 6.673\times 10^{-11}\ [\mathrm{Nm}^2/\mathrm{kg}^2]$$



万有引力の法則～重力

地球と地表の物体



$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

物体に働く万有引力は

$$F = G\frac{mM_E}{\left(R_E + h\right)^2}$$

$h \ll R_E$ より、$R_E + h \approx R_E$

と近似すると

$$F = G\frac{mM_E}{\left(R_E + h\right)^2} \approx G\frac{mM_E}{R_E^{\,2}}$$

$$= \frac{GM_E}{R_E^{\,2}}m$$

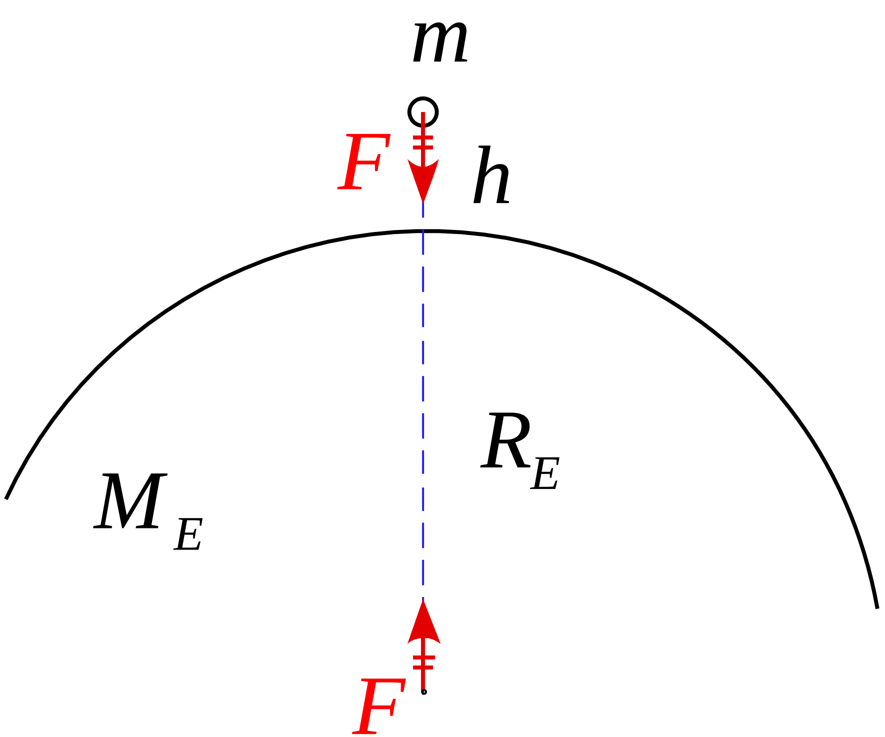
万有引力の法則～gの値

例題

以下の数値を用いて重力加速度 g の値を概算せよ。

$$R_E \approx 6.38\times 10^6 \ \text{[m]} \quad M_E \approx 5.98\times 10^{24}\ \text{[kg]}$$

$$G = 6.673\times 10^{-11}\ [\text{Nm}^2/\text{kg}^2]$$



ニュートンの運動の法則

第1法則（慣性の法則）
すべての物体は、外部から作用を受けない限りその運動の状態をそのまま維持する。静止しているものはそのまま静止をし続け、ある速度で運動しているものはそのままの速度を保持して直線上を等速運動し続ける。

第2法則（ $m\vec{a} = \vec{F}$ ）
物体に外から力が作用するとき、その物体の得る加速度の大きさは、加えた力の大きさに比例し、その方向は力の向きに一致する。

第3法則（作用・反作用の法則）
2つの物体の間に作用する力は、それらを結ぶ直線上に作用し、その大きさは等しく、方向は反対向きである。

慣性の法則

慣性：物体が常に現在の状態を保とうとする性質

ガリレイ以前の物理にはこのような考え方は無かった。

→さまざまな間違いを含んでいた

間違いの例

・軽いものはゆっくり落ちる　→空気の摩擦力のため

・何もしなければやがて物体は止まる　→床との摩擦力のため

運動状態が変化

これらの邪魔する力さえなければ、「現在の運動状態を保つ」
→物体は運動状態を変えることはない。

慣性の法則

物体に力が働かないか、働いていてもつり合っていれば

静止している物体：静止し続ける
運動している物体：等速度運動を続ける　$\vec{v}$が一定

力に着目する

運動方程式

物体に力が働かないか、
働いていてもつり合っている

慣性の法則が成立

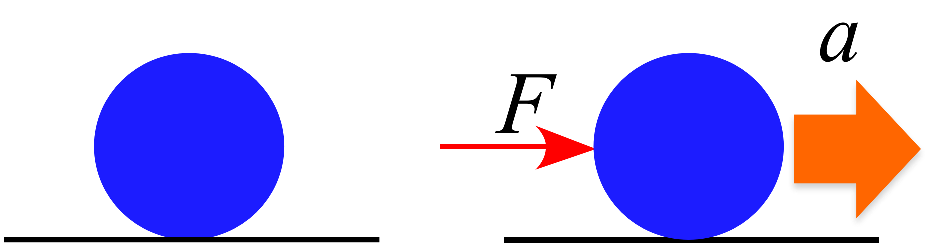
崩れる

運動状態が変化

最初：停止

$v(0)=0$　→　$v(t)=v$

速度を持つには、加速度が必要



大きな力が加われば、
大きな加速度が得られるはず

F は a に比例する

$$a \mu F$$

F は m に比例する

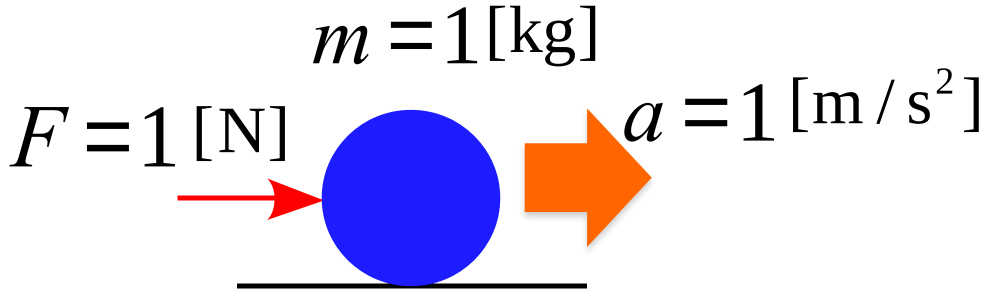
$$m \mu F$$

$$k \cdot ma = F$$

k は比例定数

定義

$m=1[\mathrm{kg}]$ の物体に
$a=1\,[\mathrm{m/s^2}]$ の加速度を
生じさせる力を $F=1[\mathrm{N}]$ とする



$$k\cdot ma=F \xrightarrow{k=1} ma=F$$

運動方程式

$$ma=f_1+f_2+f_3+\cdots+f_n=F$$

力学＝ニュートン力学

運動方程式

$$\boxed{ma = F}$$

次元解析

$$[M]\frac{[L]}{[T^2]} = \frac{[ML]}{[T^2]}$$

組立単位

$$\left[\mathrm{kg}\cdot \mathrm{m}/\mathrm{s}^2\right] = [\mathrm{N}]$$

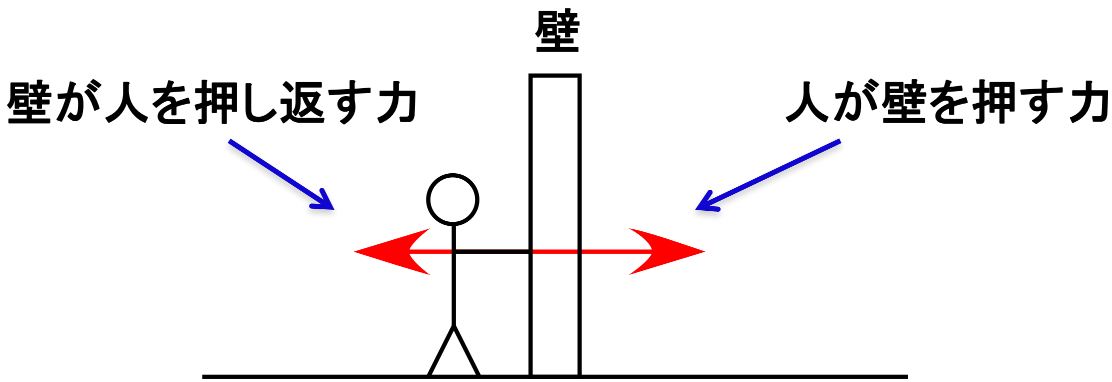
注意）
質量と重さの違い

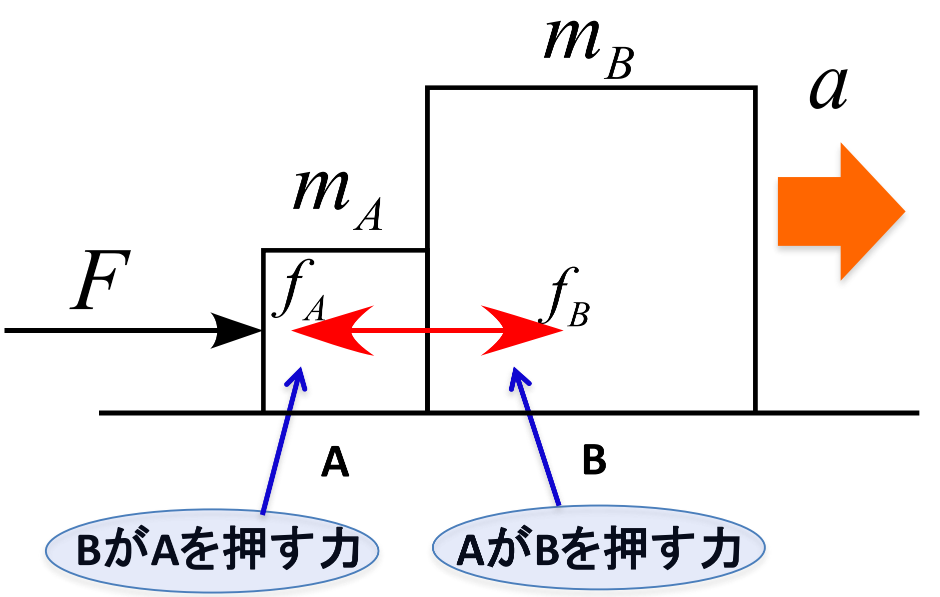
質量：慣性の大きさを表す量 (**慣性質量**)
動きにくさの度合いを表した物理量

重さ：物体に働く重力　　←**重さは力**

作用･反作用の法則

例

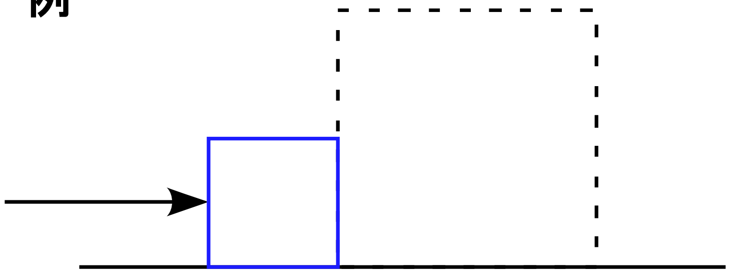




- 摩擦は無視
- 物体A、Bは一緒に右に運動

作用･反作用の法則

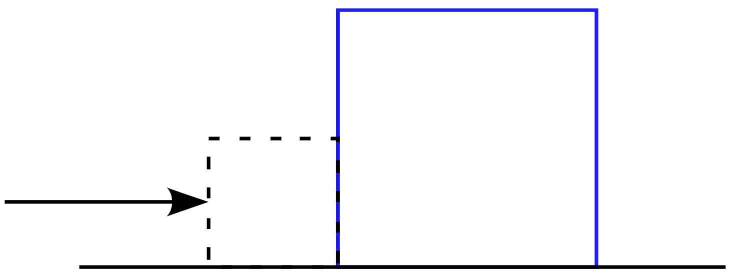
例



物体A、Bそれぞれの運動方程式

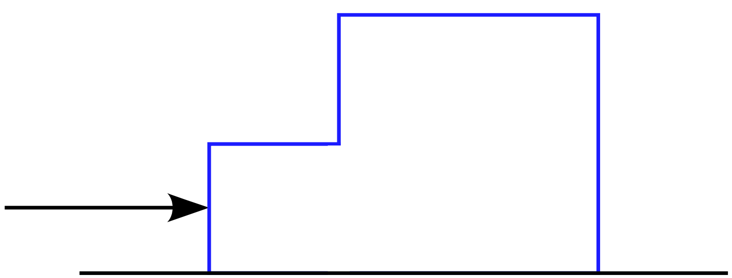
$$m_A a = F - f_A$$

$$m_B a = f_B$$



$$(m_A + m_B)a = F - f_A + f_B$$

接着剤で接着して、塊を押すと考えると



$$(m_A + m_B)a = F$$

同じ現象を表す式だから、数学的にも同じ式でなければならない

$$\boxed{F} = \boxed{F - f_A + f_B}$$

塊と見た

AとB別々と見た

$$-f_A + f_B = 0$$

$$f_A = f_B$$

従って、f_A と f_B は、互いに逆向きで大きさが同じ

→作用・反作用の法則が成り立っている