

# 2020 基礎物理学 練習問題 (力学)

注) 途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度は  $g$  として用いよ。

出題されているモデルの物体はいずれも質点であり、  
大きさは無視できるものとする。

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。但し、位置ベクトルを  $\vec{r} = (x, y, z)$  として考えよ。

(1) 速度  $\vec{v}$  の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度  $\vec{a}$  の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力  $\vec{F}$  は    $= \vec{F}$  と表される。

その次元は   である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより  
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺を変位  $d\vec{r}$  で内積をとって積分すると

$$\int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\int \left( m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \right) dt = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\int \frac{d}{dt} \left( \text{①} \right) dt = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺は仕事を表している。運動エネルギーの次元は  であり、仕事の次元は  である。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt} \left( \text{②} \right) = \vec{F}$$

と表される。

②の部分は運動量であり、その次元は  である。

②を  $\vec{p}$  とおくと

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}) = \vec{F} \qquad d\vec{p} = \vec{F}dt$$

この左辺  $Fdt$  が力積であり、その次元は  である。

(6) さらに、(3)の式を両辺に左側から位置ベクトル  $\vec{r}$  の外積を取ると

$$\vec{r} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{F} \quad \cdots (A)$$

となる。

ここで、

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) &= \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \\
 &= \boxed{\textcircled{3}} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \\
 &= \boxed{\textcircled{4}}
 \end{aligned}$$

であるから、式 (A) は

$$\frac{d}{dt}(\boxed{\textcircled{5}}) = \boxed{\textcircled{6}}$$

と表される。

左辺の⑤は角運動量  $\vec{L}$  であり、

その次元は  である。

右辺の⑥は力のモーメント  $\vec{N}$  であり、

その次元は  である。

この式は

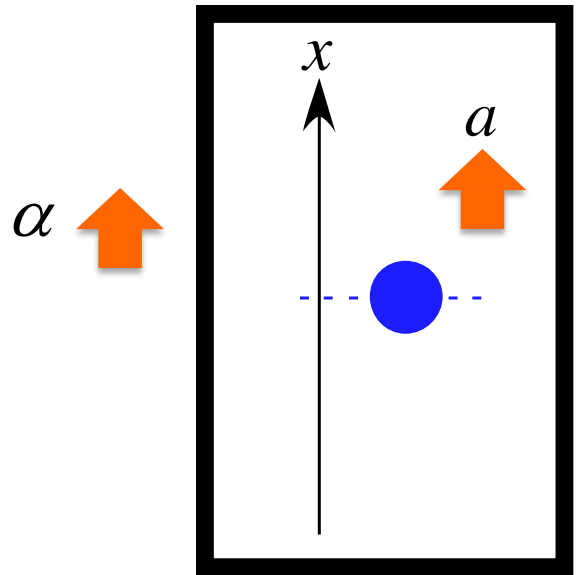
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

と表すことができ、これを「回転の運動方程式」と呼ぶ。

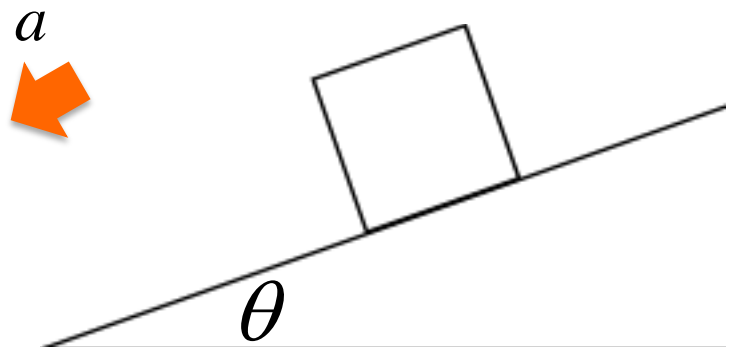


2. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、その運動の運動方程式を記述せよ。  
いずれの運動も物体の質量は  $m$  とし、重力加速度は  $g$  とする。

- (1) 一定の加速度  $a$  で上昇するエレベーター内で物体を鉛直投げ上げさせる運動 (初速度  $v_0$ )



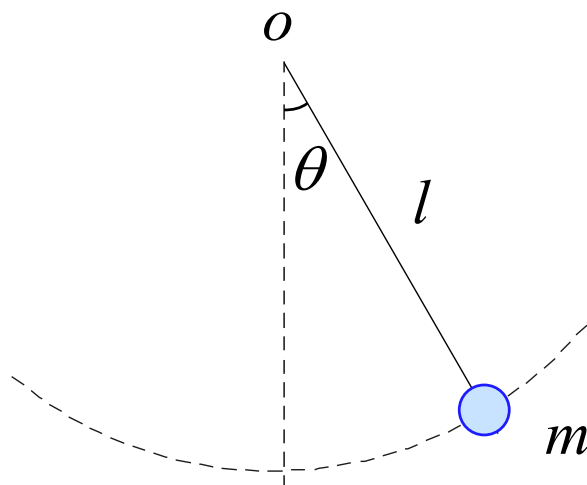
- (2) 摩擦力が働く斜面を滑り降りる運動  
(動摩擦係数は  $\mu_k = \frac{f}{N}$  とする)



## (3) 単振り子の運動

極座標で軸を考え記述せよ。

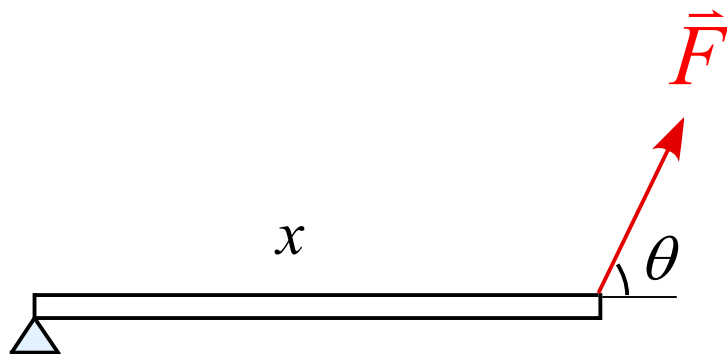
(糸の張力は  $S$  とし、 $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  とする。)



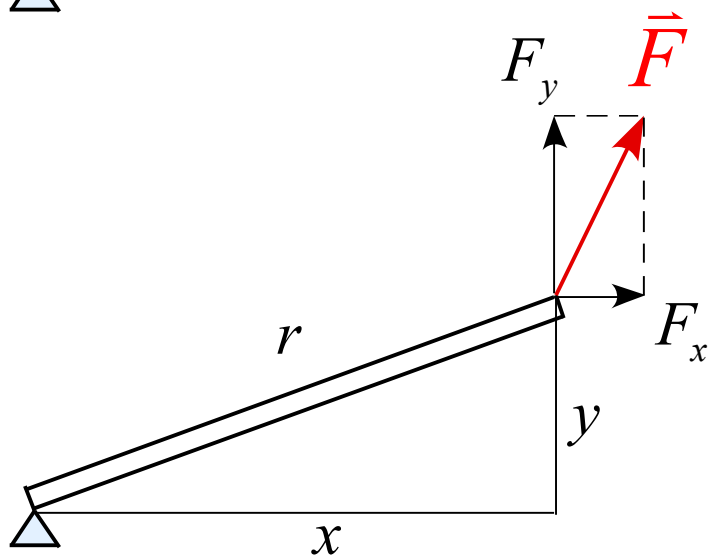
3. 以下の図の力のモーメント  $\vec{N}$  を計算し、 $|\vec{N}|$  を求めよ。

但し、棒の質量は無視できるとする。

(1)



(2)

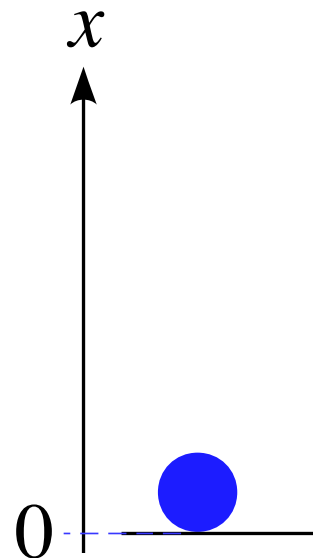


4. 質量  $m$  の物体を地表から鉛直投げ上げする運動を考える。  
初速度  $v(0) = v_0$  として以下の問に答えよ。
- (1) 運動中に物体に作用する力を書き込め。
  - (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
  - (3) 運動方程式から速度  $v(t)$  を導け。
  - (4) 運動方程式から変位  $x(t)$  を導け。
  - (5) 再び地表に戻ってくる時刻  $t_1$  を求めよ。
  - (6) ある時刻  $t$  ( $t \leq t_1$ ) での運動エネルギー  $K(t)$  を求めよ。
  - (7) ある時刻  $t$  ( $t \leq t_1$ ) での位置エネルギー  $U(t)$  を求めよ。
  - (8) 力学的エネルギー  $E(t) = K(t) + U(t)$  ( $t \leq t_1$ ) が時間に依らず一定であることを示せ。
  - (9) 運動エネルギー  $K(t)$ 、位置エネルギー  $U(t)$ 、全力学的エネルギー  $E(t)$  をそれぞれ時間  $t$  のグラフで表わせ。  
但し、 $t \leq t_1$  とする。
  - (10) 地表に衝突する瞬間の速度  $v_1$  を求めよ。

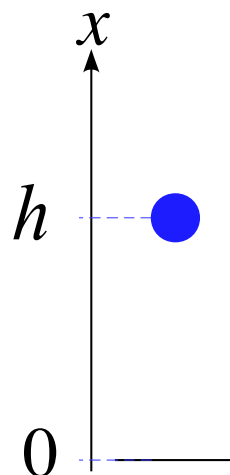
衝突において力  $F$  が作用したとする。また、この力  $F$  は重力に比べて十分に大きく、衝突中の重力の効果は無視できるとする。

(11) 地表に衝突する瞬間の運動方程式を記述せよ。

(12) この衝突は完全弾性衝突であった。  
物体が地表から受けた力積  $I$  を求めよ。



5. 質量  $m$  の物体を高さ  $h$  から自由落下させる。  
以下の問に答えよ。  
但し、重力加速度は  $g$  とする。

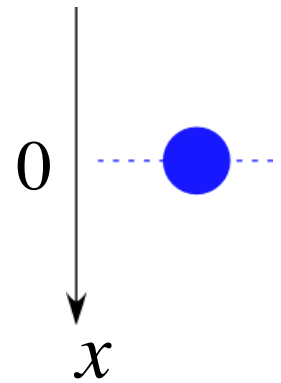


(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式を  $x$  で積分することで導き、力学的エネルギーを求めよ。

6. 質量  $m$  の雨滴が落下する運動を考える。  
 このとき、空気抵抗が働くものとし、  
 その空気の抵抗力の大きさは  $kv$  とする。  
 以下の問に答えよ。



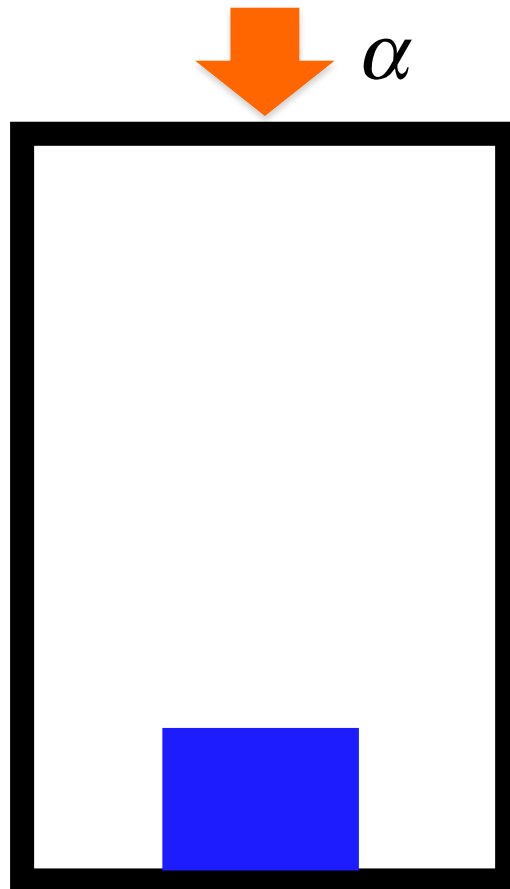
- (1) 物体に作用する力を書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度  $v(t)$  は  $v(t) = \frac{mg}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$  となる。

- (3)  $v - t$  グラフを書け。また、原点での傾きを求めよ。
  - (4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。
7. 地面となす角  $\theta$  の摩擦がある斜面を質量  $m$  の物体がすべりおきる運動を考える。以下の問に答えよ。  
 但し、動摩擦力は  $f = \mu_k N$  として用いてよいとする。
- (1) この運動の運動方程式を記述せよ。
  - (2) この運動の加速度  $a$  を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。
  - (3) この運動で物体が距離  $L$  を移動したとするととき、動摩擦力がした仕事  $W_{\text{摩}}$  を求めよ。

8. 一定の加速度  $\alpha$  で下降するエレベーターがある。  
このエレベーター内に質量  $m$  の物体が床に置かれている。  
以下の問に答えよ。(但し、重力加速度は  $g$  として用いること。)

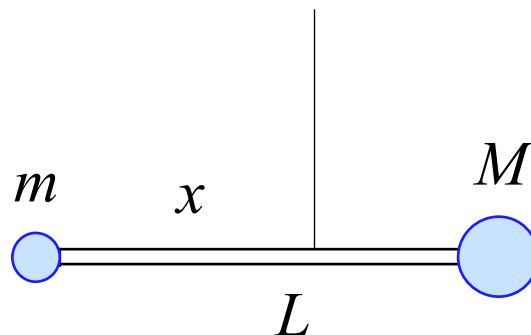
- (1) 物体に作用する力を記入せよ。
- (2) 物体が床から受ける垂直抗力  $N$  を求めよ。
- (3) 物体が無重量になるための条件を求めよ。



9. 図のような長さ  $L$  の棒の両端に質量  $m$  の質点と質量  $M$  の質点を取り付けられ、糸でつるされている。  
この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問に答えよ。

棒の質量を  $m$  とした場合

- (1) 糸でつるされている点を支点として、質量  $m, M$  の質点及び棒の力のモーメント  $\vec{N}$  をそれぞれ求めよ。
- (2) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。
- (3) 棒が動かないための糸をつるす位置  $x$  を求めよ。



10. 物体が半径  $r_0$  の円周上を速さ  $v_0$  で等速円運動している。  
 $r_0, v_0$  は定数である。以下の問に答えよ。

- (1) 速度  $\vec{v}$  と位置ベクトル  $\vec{r}$  が直交していることを示せ。
- (2) 速度  $\vec{v}$  と加速度  $\vec{a}$  が直交していることを示せ。
- (3) 加速度の大きさ  $|\vec{a}|$  を求めよ。

11. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは  $l$ 、物体の質量  $m$  はである。

物体を水平を状態にして放し、円運動させたとする。

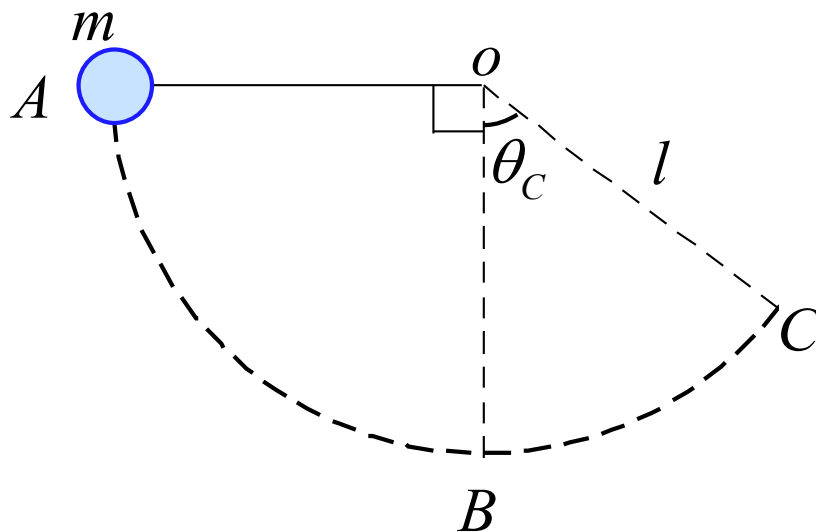
以下の問に答えよ。

ある時刻  $t$  で糸と鉛直線のなす角を  $\theta$  として用いてよい。

(1)  $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  としたとき、  
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 最下点  $B$  での糸の張力  $T_B$  を求めよ。

(3) 点  $C$  での鉛直線となす角を  $\theta_C$  とする。  
糸の張力  $T_C$  を求めよ。





12. 図のような円運動のモデルを考える。

糸の長さは  $r$ 、物体の質量は  $m$  である。

最下点で水平方向に初速度  $v_0$  を与えたとき

以下の問に答えよ。

ある時刻  $t$  で糸と鉛直線のなす角を  $\theta$  として用いてよい。

(1)  $r$  方向、 $\theta$  方向の加速度を  $a_r, a_\theta$  としたとき、  
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

(2) 物体が1回転するために必要な初速度  $v_0$  の条件を求めよ。

