

磁石と磁場

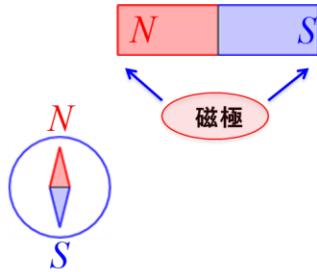
磁石：鉄を引きつける

最も強い部分を磁極

磁針

北を指す磁極をN極(正極)

南を指す磁極をS極(負極)

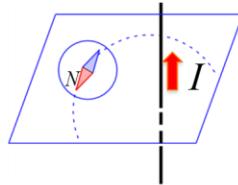


磁場

磁石や電流によって空間の状態が変化している場

例

電流が流れている導線の近くに方位磁針を置くと針が振れる



最終回である今回は「**磁場**」について説明していきます。
授業回数が1回分しかないのでポイントを絞って扱っていきます。

まずは身近にある磁場を生成する物質として「**磁石**」が挙げられると思います。

磁石は「**鉄を引きつける**」性質を持っています。

また、磁石には「**N極とS極**」に分かれていることもよく知られています。

磁石は端に行くほど磁力が強く、先端を「**磁極**」と呼びます。

この磁極を活用したものが「**方位磁針**」になります。

磁場には磁石以外にも「**電流**」によっても生じます。

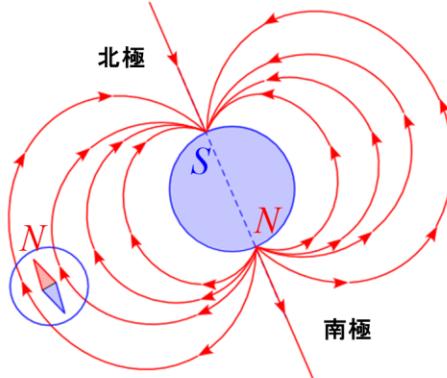
この例として図にあるように、電流の側に置かれた方位磁針の針が振れる現象があります。

地球の磁場

磁針が南北を向く → 地球は大きな磁石

北を指す磁極を **N** 極
南を指す磁極を **S** 極

東京付近の地球の磁場
約 4.6×10^{-5} [T]



東京付近の地球の磁場

磁力線
N 極から出て **S** 極に向かう

さらに、身近な**大きな磁石**として「**地球**」があります。

地球は**北極部分が「S極」**に、**南極部分が「N極」**になっています。

「あれ？」と思う人もいるかも知れませんが、

「**S極とN極が引かれ合うのでN極が北極に引かれる**」訳です。

図に描かれている赤い線は「**磁力線**」になります。

「**電気力線**」の場合と同様に「**正極(N極)からでて負極(S極)に向かう**」ものになります。

地球の磁場は場所によって異なり、東京付近だと 4.6×10^{-5} T ぐらいになります。

磁石の正体

電荷の場合と異なり
これまでに単磁極は発見されていない

磁場を発生する「磁荷」は存在しない

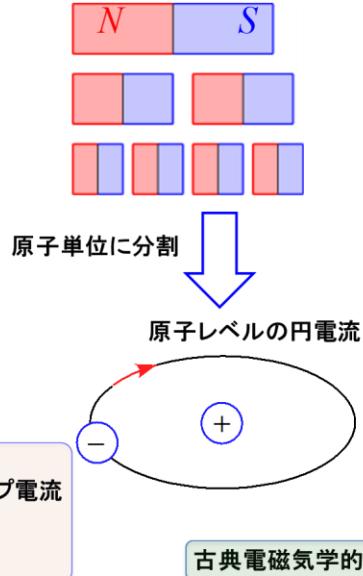
2つに分けると必ず
N極とS極に分かれる

$$\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Maxwellの方程式
(磁場に関するガウスの法則)
閉曲面 S を通る磁束の総量は 0 である

原子核に束縛された
1個の電子が作るループ電流

もっとも小さな磁石



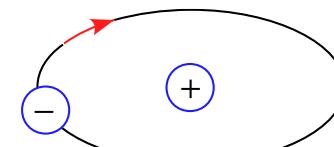
電場に関するガウスの法則

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

電場を生じさせている「電荷」の場合とは異なり、
磁場を生じさせる「磁荷」は発見されていません。
電荷の場合は「正電荷」と「負電荷」に分かれ、「単体の電荷」として存在しています。
しかし、磁場の場合はそうはなりません。

例えば、磁石をN極とS極の境目で切斷したとしても、
切斷したそれにN極とS極ができてしまします。
これを繰り返し、原子レベルまで分割したとすると次のようなモデルに行き着きます。

「原子核に束縛された1個の電子がつくるループ電流」になります。
これが最も小さな磁石となる訳です。
結論として、「全ての磁場は電流から生じる」と言えます。



ローレンツ力

電場は静止電荷に力を及ぼす空間

静止した電荷 q に働く力 \vec{F}_E は

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

と表せる

磁場(磁束密度)は動いている電荷に力を及ぼす空間

電荷を帯びている粒子が、電場 \vec{E} 、磁束密度 \vec{B} の中を速度 \vec{v} で運動するときに受ける力 \vec{F} は

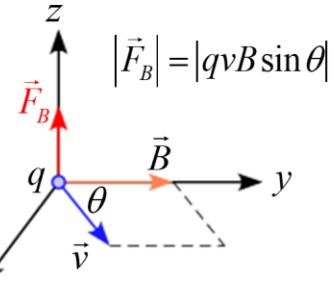
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$= q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

クーロン力

ローレンツ力

と表される



ここで電場中や磁場中における電荷の運動について検討しておきます。

電場がある空間ではクーロン力が働きます。

従って、電荷 q に作用する電場に依る力 \vec{F}_E は

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

と表されます。

磁場については

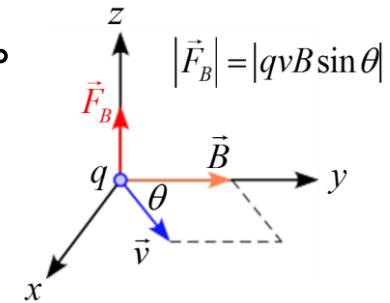
「運動する電荷は磁場から電荷量 q と速度 v の積に比例する力を受ける」ことをローレンツが発見しました。この力を「ローレンツ力」と呼びます。

ローレンツ力の特徴として

「作用する力の方向が速度 \vec{v} と磁場 \vec{B} のいずれにも垂直」になります。

従って、これをベクトルの外積を使って表すと

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



と表されます。

これらを合わせると電荷を帯びている粒子が電場 \vec{E} 、磁束密度(磁場) \vec{B} の中を速度 \vec{v} で運動するときに受ける力 \vec{F} は

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

と表されます。

電流素片と磁場

磁石も含めて、全ての磁場は電流起源である

「電流素片が磁場から受ける力」

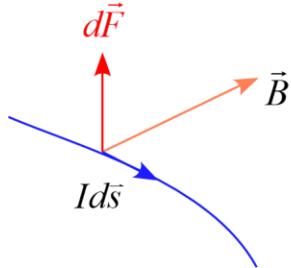
$$d\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

ローレンツ力

$$F_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

電流の最小単位

$$I d\vec{s}$$



導線全体が受ける力=導線に沿って線積分を行う

ここで、電流において電流の微小部分「電流素片」を考え、電流素片が磁場から受ける力を検討してみましょう。
電流素片はイメージとしては電荷における「点電荷」に相当するものと考えて下さい。

すると、電流の向きに速度 \vec{v} が含まれているのでローレンツ力を考えると「 $I d\vec{s}$ 」と「 \vec{B} 」に垂直な方向に電流素片が受ける力「 $d\vec{F}$ 」が作用すると考えられます。

磁場と磁力線

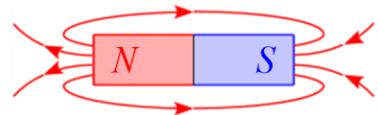
「磁場の強さ」を表す量 \vec{H} を導入する

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

[T] = [N / A \cdot m]
(テスラ) 真空透磁率
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [T \cdot m / A]$

磁力線

- ・磁力線の向きは磁場の向き
- ・磁石のまわりの磁力線は、N極から出てS極に向かう
- ・極から出入りする磁力線の本数は磁極の強さに比例する
- ・単位面積当たりの磁力線の本数は、その点で磁場の強さに比例する



磁場 \vec{B} の強さを表す量として \vec{H} を導入します。

磁場 \vec{B} との関係は

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

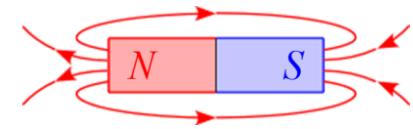
と表され、 μ_0 を「**真空透磁率**」と呼びます。

磁場の定義として

「**1 T の磁場**とは、磁場に直行する 1 Am の電流素片が 1 N の力を受けるような大きさ」となります。

磁力線については電気力線と似た性質があります。
類似点と相違点を理解しておきましょう。

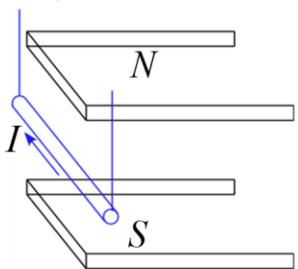
- ・磁力線の向きは磁場の向き
- ・磁石のまわりの磁力線は、N極から出てS極に向かう
- ・極から出入りする磁力線の本数は磁極の強さに比例する
- ・単位面積当たりの磁力線の本数は、その点での磁場の強さに比例する
- ・1本の磁力線は短くなろうとし、隣り合う磁力線は離れようとする。



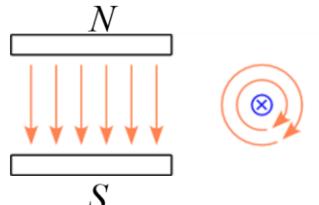
電流が磁場から受ける力

U字型磁石

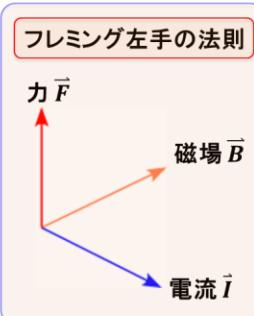
磁石の間に導線をはさみ、電流を流すと導線は力を受ける



磁力線のひずみによるもの



この場合、導線は左向きの力を受ける



ここで、具体例を用いて電流が磁場から受ける力がどのようになるのか検討してみましょう。

図はU字型磁石の一部になります。

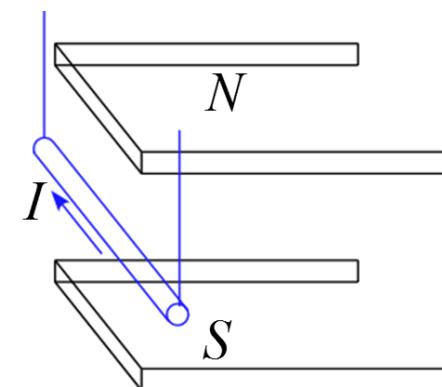
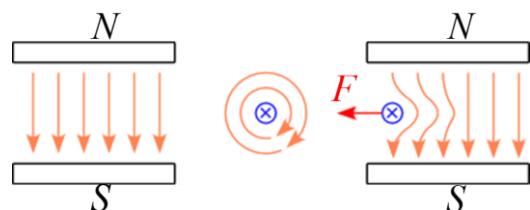
まず、磁石に依る磁場はN極からS極に向かうので上から下に磁場が生成されます。

次に、導線を流れる電流が作る磁場は導線を中心に同心円状に磁場が生成されます。

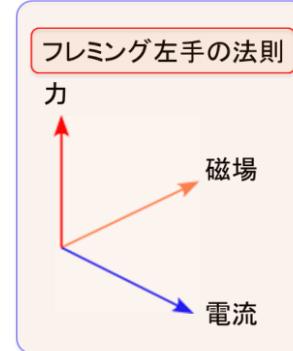
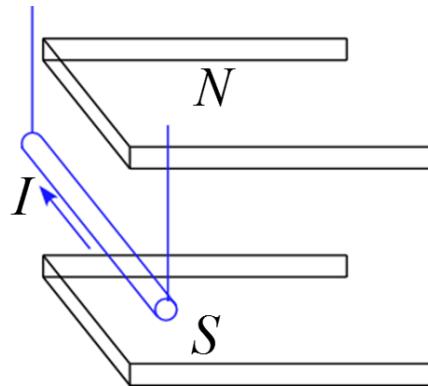
今回の例では、電流は手前から奥に向かっているので

「右ねじの法則」により磁場の向きは時計回りになります。

この2つが合わさった状態が下の図になります。



このような状態を表す法則として「フレミング左手の法則」があります。



すると、磁場は上から下、電流は手前から奥となるので力は右から左へ作用することがわかります。

紙の上で当てはめようすると手首が痛くなるかもしれません、実際に自分の左手をつかって確認して見て下さい。

ビオ-サバールの法則

電流素片が作る磁場

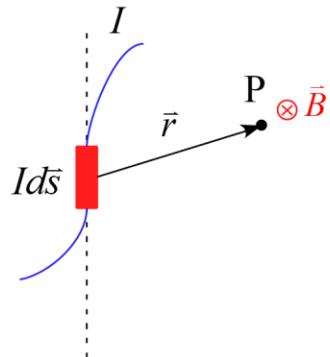
定常電流が流れる系において

電流素片 $Id\vec{s}$ が点Pに作る磁場 $d\vec{B}$ は

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}$$

で表される。

単位ベクトル



前のスライドで出てきた電流の微小部分「電流素片」について、
今度は電流素片自体が生成する磁場について検討してみましょう。

フランスのビオとサバールが数式として表すことに成功したので
「**ビオ - サバールの法則**」と呼ばれています。

電流素片 $Id\vec{s}$ が位置ベクトル \vec{r} の地点に作る磁場 $d\vec{B}$ は

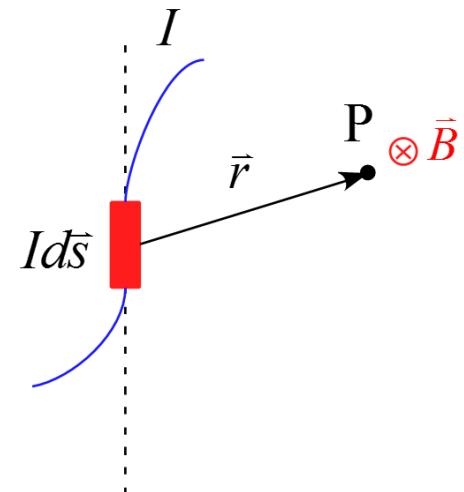
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}$$

と表されます。

向きは図のような例では手前から奥になります。

ビオ-サバールの法則は電場におけるクーロンの法則の使い方に似たイメージとなります。

微小部分を考え、後で全区間積分という流れになります。



アンペールの法則(積分形)

電荷が空間中を移動したとき磁場が発生する

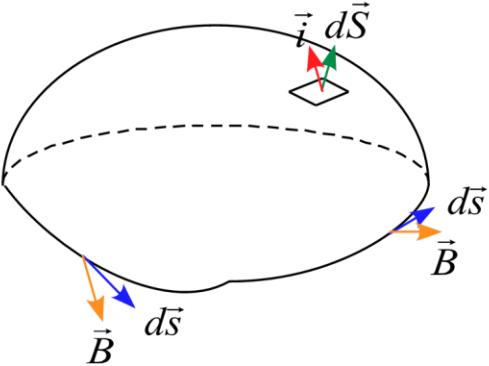
電流が流れた

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

$$= \mu_0 I$$

↑
線上を1周
線積分する

↑
面を横切る
電流の合計



一方、「アンペールの法則」は電場におけるガウスの法則に似た運用になります。

アンペールの法則は

「定常電流が流れている系において、磁束密度ベクトル(磁場) \vec{B} を周回積分した値は積分路をくぐる電流 I に真空透磁率 μ_0 を掛けた値に等しい」
式で表すと

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

と表されます。

電流がつくる磁場

直線電流がつくる磁場

磁力線は電流を中心とする同心円

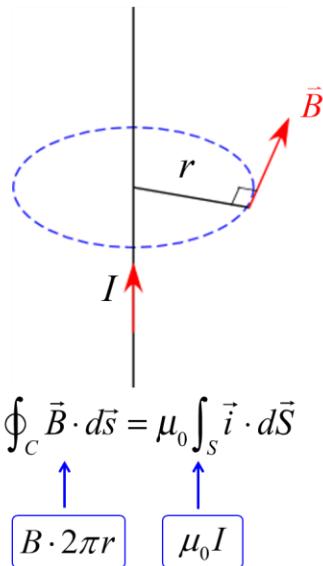
十分に長い直線導線が流れる電流 I がつくる磁場 B は

電流の大きさ I に比例

導線からの距離 r に反比例

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [\text{T}]$$

磁場の向きは「右ねじの法則」に従う



具体例として、直線電流がつくる磁場のモデルを考えてみましょう。

電流から r 離れた地点での電場は

左辺について、閉曲線として半径 r の円を考え、
磁場 B で線積分すると「 $B \cdot 2\pi r$ 」となります。

これが、閉曲線を貫く電流の総量 $\times \mu_0$ であるから「 $\mu_0 I$ 」となります。
従って

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

と表されます。

電流がつくる磁場

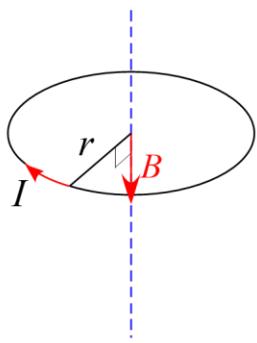
円形電流がつくる磁場

円形電流 I が
中心部につくる磁場 B は

電流の大きさ I に比例
半径 r に反比例

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad [\text{T}]$$

磁場の向きは「右ねじの法則」に従う



ビオ-サバールの法則

$$B = \int_C \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

別の有名な具体例として、円形電流がつくる磁場のモデルを考えてみましょう。

この場合はアンペールの法則を適用するのは難しく、
ビオ-サバールの法則を用いることになります。
計算についてはここでは触れず、結果だけ押さえておきましょう。

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

と表され、半径 r に反比例し電流 I に比例する値となります。

電流がつくる磁場

ソレノイドコイルがつくる磁場

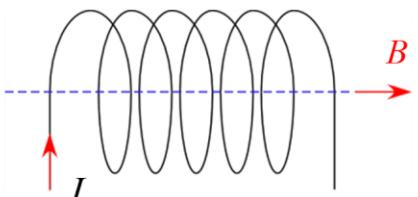
内部の中心付近に一様な磁場ができる

ソレノイドコイルに流れる電流 I が
つくる磁場 B は

電流の大きさ I に比例

$$B = \mu_0 n I \quad [\text{T}]$$

単位長さ当たりの巻き数: n



磁場の向きは「右ねじの法則」に従う

前のスライドのモデル、「円形電流がつくる磁場のモデル」が複数重なり合ったものが
「ソレノイドコイル」と呼ばれるものになります。

磁場の大きさは電流と巻数に比例します。

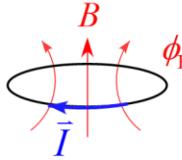
磁場の向きは右ねじの法則に従います。

電流の向きがどのような設定であるか注意しましょう。

ファラデーの電磁誘導の法則

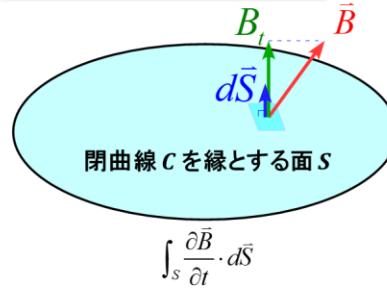
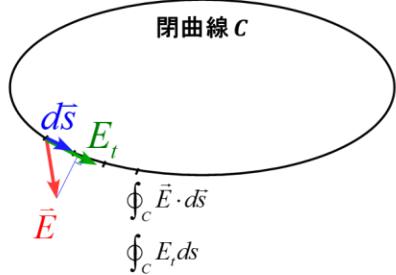
「磁場 \vec{B} が時間的に変化すると電場 \vec{E} が生じる」

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



閉曲線 C に沿って電場 \vec{E} の接線方向成分 E_t の線積分

閉曲線 C を縁とする面 S を貫く
磁束 ϕ_B の時間変化率 $\frac{d\phi_B}{dt}$



最後に「ファラデーの電磁誘導の法則」を紹介しておきます。
これは、Maxwellの方程式の2番目の式になります。

ファラデーによって「磁束の変化が電流を生む」という現象が発見されました。
言い換えると「磁場 \vec{B} が時間的に変化すると電場 \vec{E} が生じる」となります。

式で表すと

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

となります。

電磁気学の講義を終えて

取り扱った内容

- ・電荷とクーロンの法則
- ・電場 / 電位
- ・電気力線
- ・静電エネルギー
- ・ガウスの法則
- ・コンデンサー
- ・オームの法則
- ・キルヒ霍ッフの法則
- ・回路方程式
- ・磁場
- ・ローレンツ力
- ・ビオ・サバールの法則
- ・アンペールの法則
- ・電磁誘導

取り扱っていない内容

- ・導体 / 絶縁体
- ・電気双極子
- ・電磁波

Maxwellの方程式 (積分形)

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_S \left(\vec{i} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\int_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

電荷の保存則

最終回、磁場についてはかなり駆け足になりましたが、
これで電磁気学の分野も学習したことになります。
取り扱っていない分野もあるので、興味があったら学習してみて下さい。

最後に、Maxwellの方程式をもう一度確認しておきましょう。

1番目の式から3番めの式、それと4番目の式の一部を学習しています。

一部というのは、今回は磁場が一定の話までだったのですが、

4番目の式は時間変化もさらに加わっています。

4番目の式は「アンペール - マクスウェルの法則」と呼ばれる式になります。