2015講義ノート　波動

波動

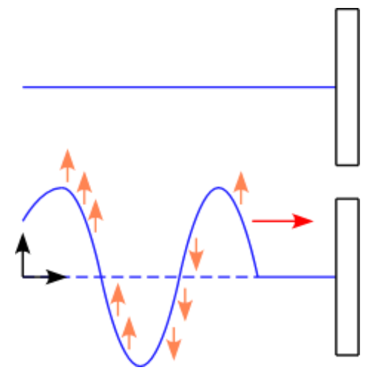
連続体の1ヶ所(波源)に生じた振動が、その周囲の部分での振動を引き起こし、次々と隣の部分に伝わっていく現象

波を伝える性質をもつもの ➡ 媒質

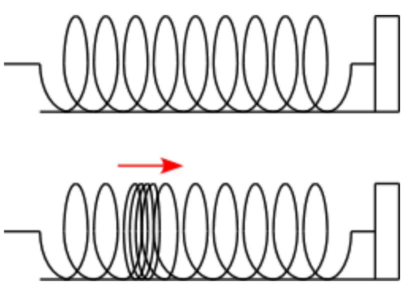
例
水面波：水
音波：空気

波の種類

横波
媒質の振動方向が、波の進行方向に垂直な波



縦波
媒質の振動方向と波の進行方向が一致する波



波の性質を表す量

振動数 f : 波源が 1 秒間に振動する回数 (frequency)　[1 / s] = [Hz]

周期 T : 1 振動するのにかかる時間

波長 λ : 波源が 1 回の振動で発生させる波の山から山までの距離

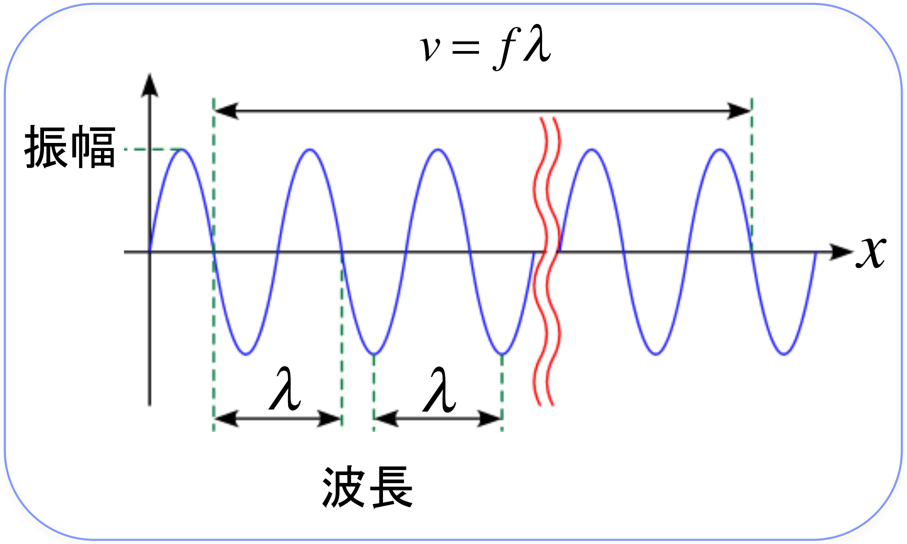
振動数と周期の間の関係は $fT = 1$ なので

$$T = \frac{1}{f}$$

波が移動していく速さは

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

と表すことができる



波～正弦波

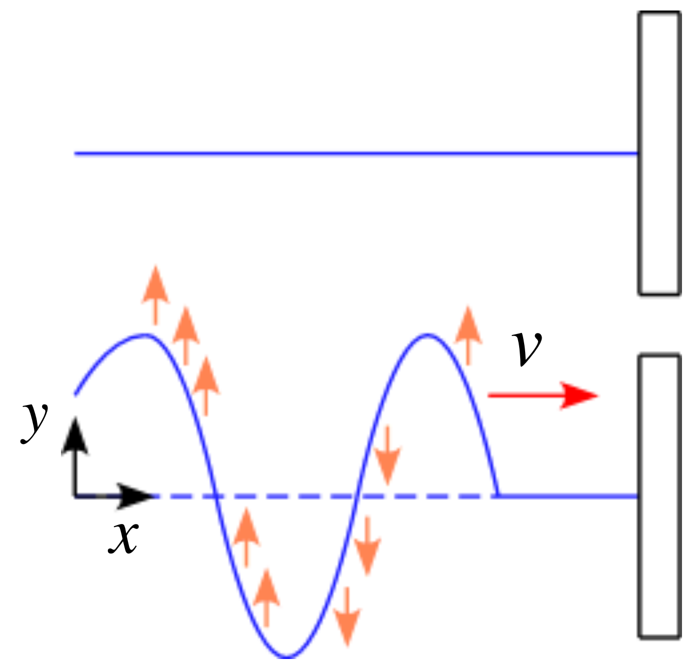
波源が単振動し、媒質の振動が一方向のみに伝わる場合の波形は正弦曲線となるので「正弦波」と呼ぶ

振幅 A 、振動数 f 周期 T の単振動をさせると、変位は

$$y = A\sin 2\pi ft = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

と表される。

(正弦か余弦かは初期条件で決まる)



波～正弦波

波の速さをv とすると

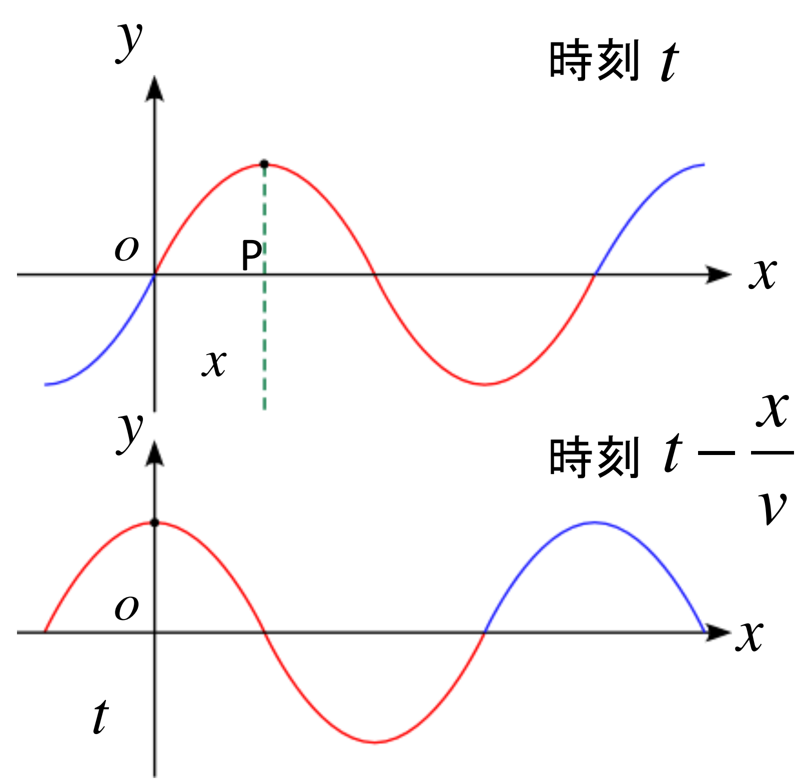
波源から距離xの点Pまで波が伝わる時間は $\dfrac{x}{v}$ であるから

点Pの時刻tでの変位 $y(x,t)$ は、時間$\dfrac{x}{v}$だけ前の時刻$t-\dfrac{x}{v}$ における

波源の変位に等しい

従って、各点の変位yと時刻tの関係は

$$y = A\sin 2\pi f\left(t-\frac{x}{v}\right)$$
$$= A\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right]$$



各点の変位は

$$y = A\sin\boxed{2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

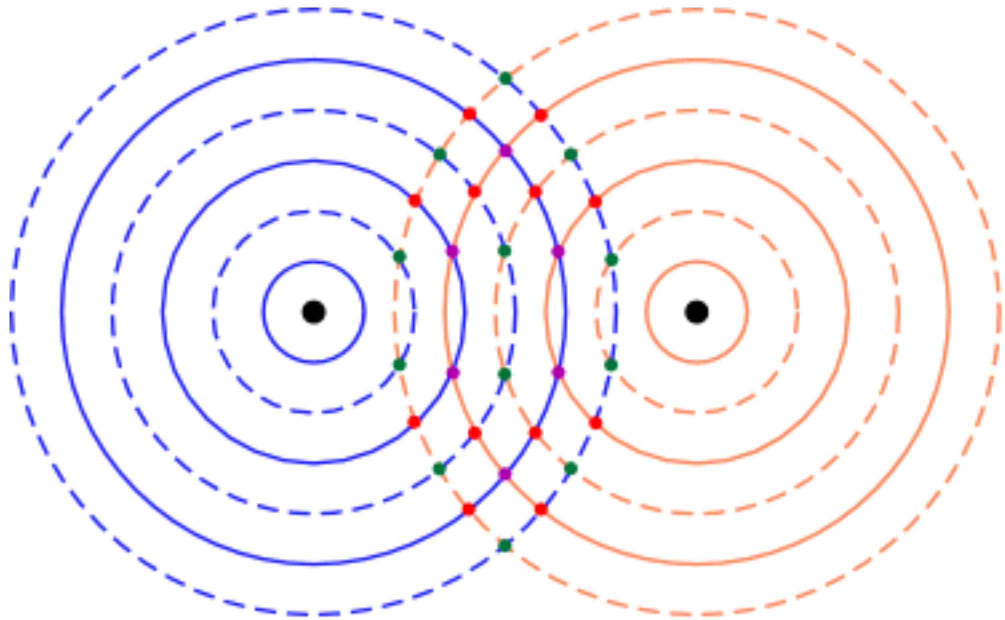
波の位相

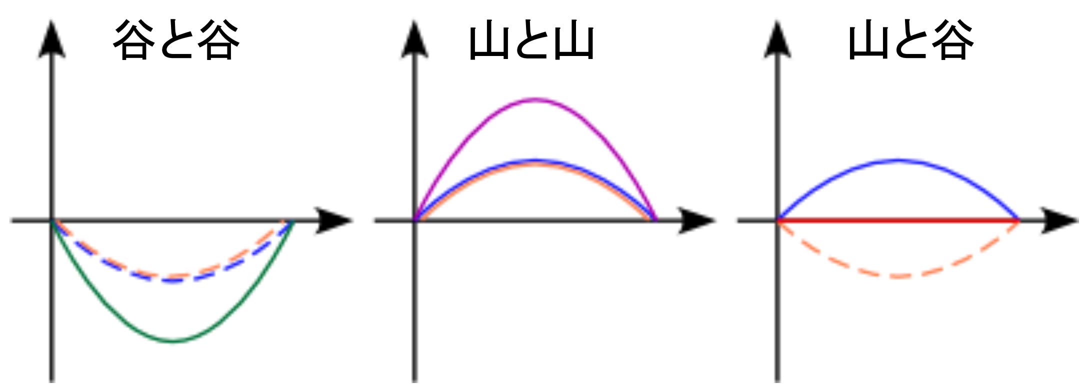
と表される

波～重ね合わせの原理

波の重ね合わせの原理
2つの波が同時にきたときの媒質の変位は、
それらの波が単独に来たときの媒質の変位を加え合わせたものになる

波の干渉
2つの波が出会うとき、
合成波はそれらの波を
重ね合わせたものになり、
強め合ったり、
弱め合ったりする現象



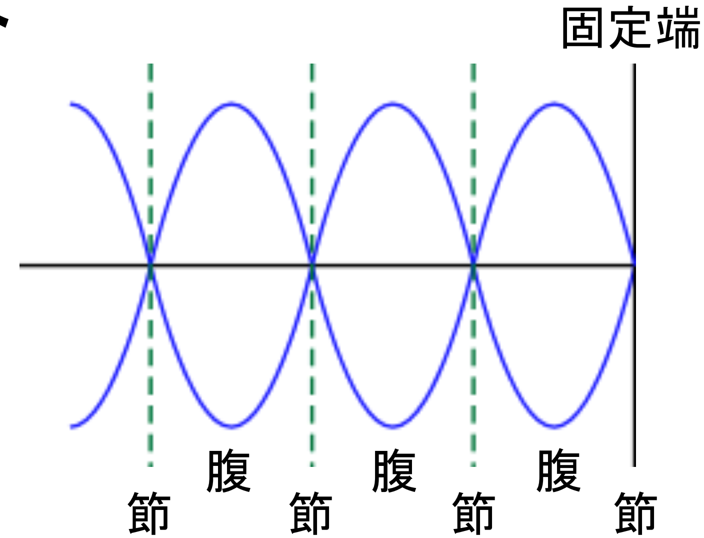


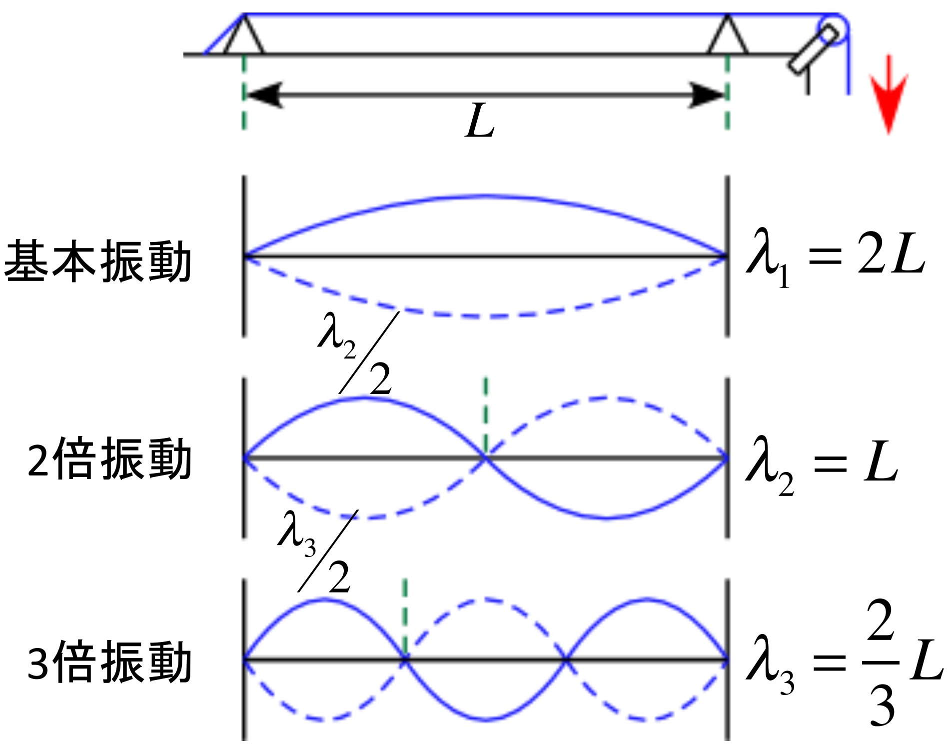
波～定常波

定常波

同じ場所で振動して進まない波

振動しない場所：節
振動の振幅が最大の場所：腹





腹が n 個ある定常波の波長は

とびとびの値に限られ

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

振動数は

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}$$

となる

波～音波

音波

媒質中(空気中) を伝わる疎密波

物質の存在しない真空中では音波は伝わらない

音の速さ

空気中の音波の速さは温度によって決まる

気温 t [℃]、1 気圧の乾燥した空気中での速さ V は

$$V = 331.5 + 0.6t \quad [\mathrm{m/s}]$$

例えば、

気温が 14 [℃]の場合

$$V = 331.5 + 0.6 \times 14 = 339.9 \approx 340 \quad [\mathrm{m/s}]$$

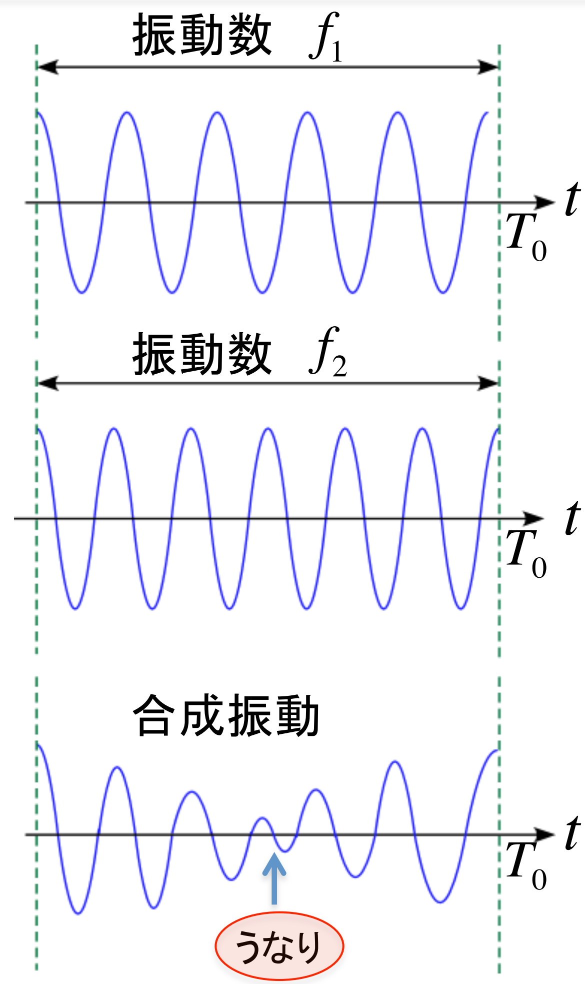
となる

音波～うなり

うなり

振動数がわずかに異なるおんさを同時に叩くと、
そのどちらでもない振動数のうなるような音が聞こえる

このうなりは、2つの音の合成音の強さの強弱のために起こる現象である



音波〜うなり

2つのおんさの振動数を f_1, f_2 とする
2つの振動が重なり合うと、

合成された空気の振動は周期的に強弱を繰り返す → うなり

うなりの周期を T_0 とすると

1周期 T_0 の間の振動数 f_1 の波の山の数は $f_1 T_0$

1周期 T_0 の間の振動数 f_2 の波の山の数は $f_2 T_0$

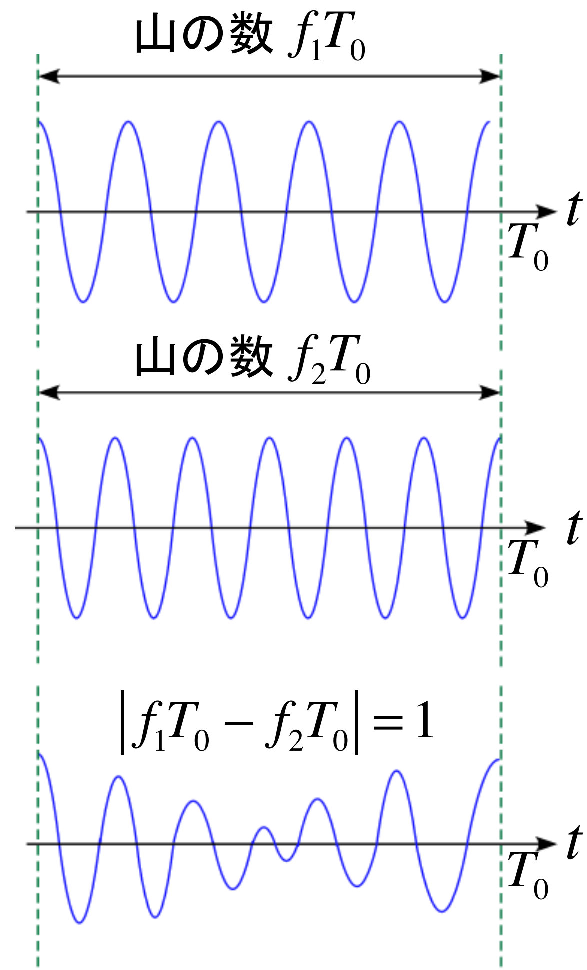
これらはちょうど1つだけ違うので

$$\left| f_1 T_0 - f_2 T_0 \right| = 1$$

1秒当たりのうなりの回数 F は $F = 1/T_0$ なので

$$F = \left| f_1 - f_2 \right|$$

単位時間あたりのうなりの回数は、
2つの音の振動数の差に等しい



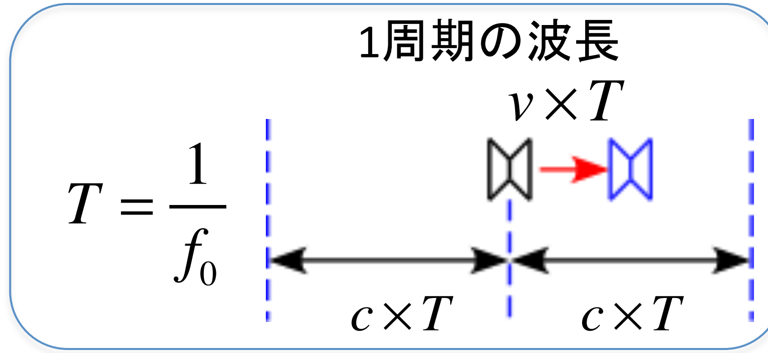
ドップラー効果

ドップラー効果

波源や観測者が波の媒質に対して運動している場合、
波源が発する振動と観測者が観測する振動の振動数に差が生じる

波源が運動する場合と観測者が運動する場合
ではメカニズムが異なる

音源の運動の効果



振動数 f_0 の波源が媒質に対して速度 v を保つ場合 ($v < c$: 音速)

媒質を伝わる波の波長は、波源が運動しない場合の波長 $\lambda = \dfrac{c}{f_0}$ に対し

波源の運動の向き: $$\lambda_1 = \frac{c - v}{f_0} = \lambda \times \frac{c - v}{c}$$

波源の運動の逆向き: $$\lambda_2 = \frac{c + v}{f_0} = \lambda \times \frac{c + v}{c}$$

ドップラー効果

一度、媒質に送り込まれた波動は波源の運動に関係なく、速さ (音速) c で伝わる

従って、媒質に対して静止した観測者が観測する波動の振動数は

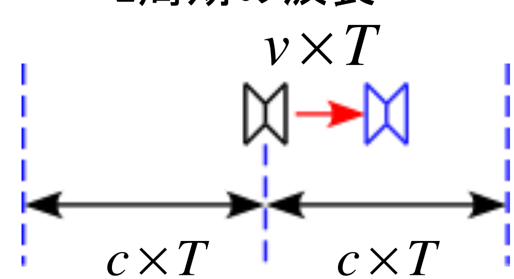
波源が近づく向きにいる観測者: $$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = f_0 \times \frac{c}{c - v}$$

波源が遠ざかる向きにいる観測者: $$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = f_0 \times \frac{c}{c + v}$$

である

1周期の波長

$$T = \frac{1}{f_0}$$



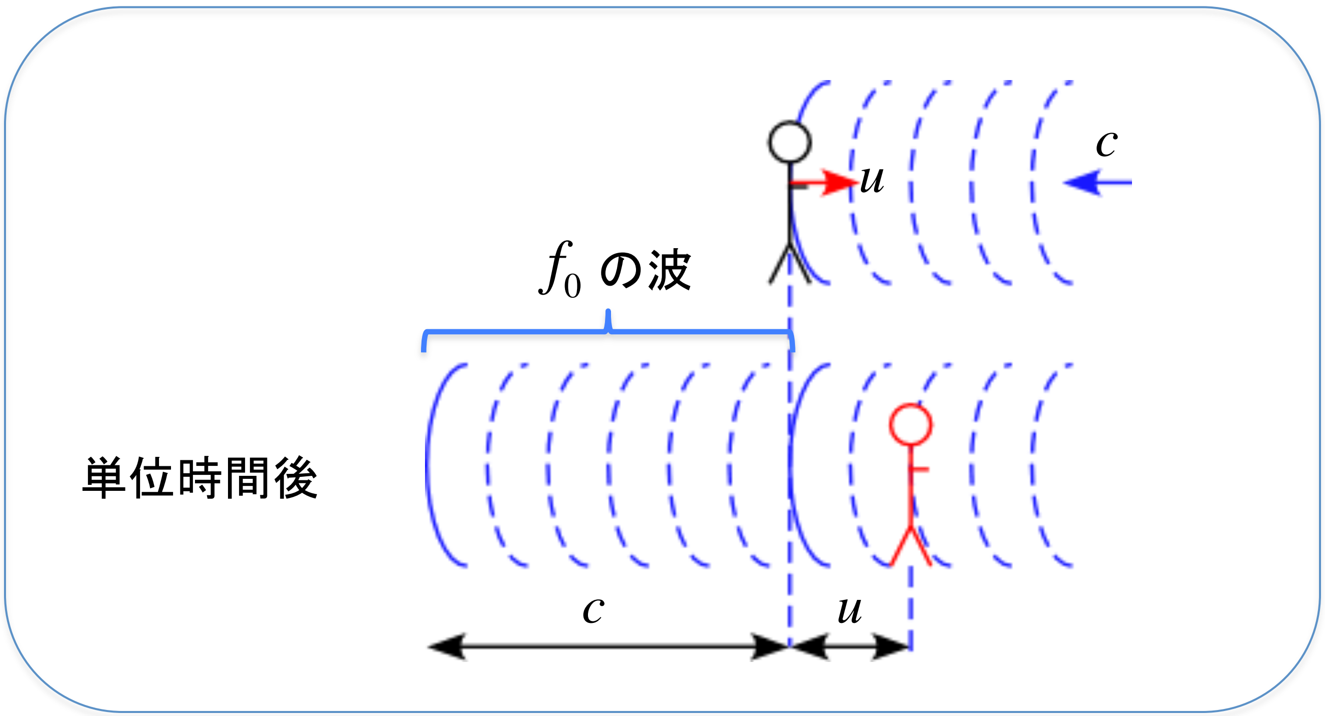
ドップラー効果

観測者の運動の効果

振動数 f_0 の波動が伝播するとき、長さ c の媒質上に f_0 の波が存在する

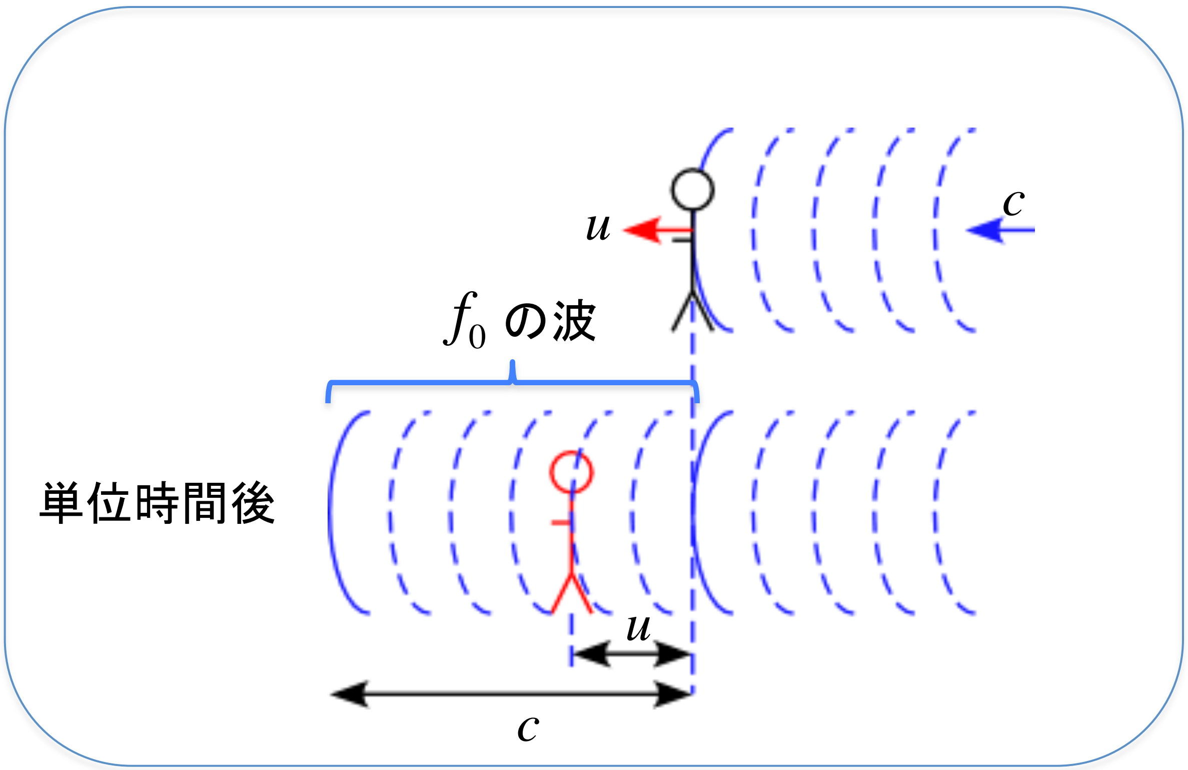
媒質に対して速さ u（$< c$：音速）で運動する観測者が観測する振動数は

観測者が波動を迎えに行く場合：$f_1 = f_0 \times \dfrac{c+u}{c}$



ドップラー効果

観測者が波動から逃げる場合: $f_2 = f_0 \times \dfrac{c-u}{c}$



である

ドップラー効果

以上より

媒質に対する音源の速度を観測者に近づく向きに v

媒質に対する観測者の速度を音源の近づく向きに u

とすると

波源の振動数 f_0 に対して、観測者の観測する振動数は

$$f = \underbrace{f_0 \times \frac{c}{c-v}}_{\text{媒質を伝播する振動数}} \times \frac{c+u}{c} = f_0 \times \frac{\overbrace{c+u}^{\text{観測者の運動の影響}}}{\underbrace{c-v}_{\text{波源の運動の影響}}}$$

となる

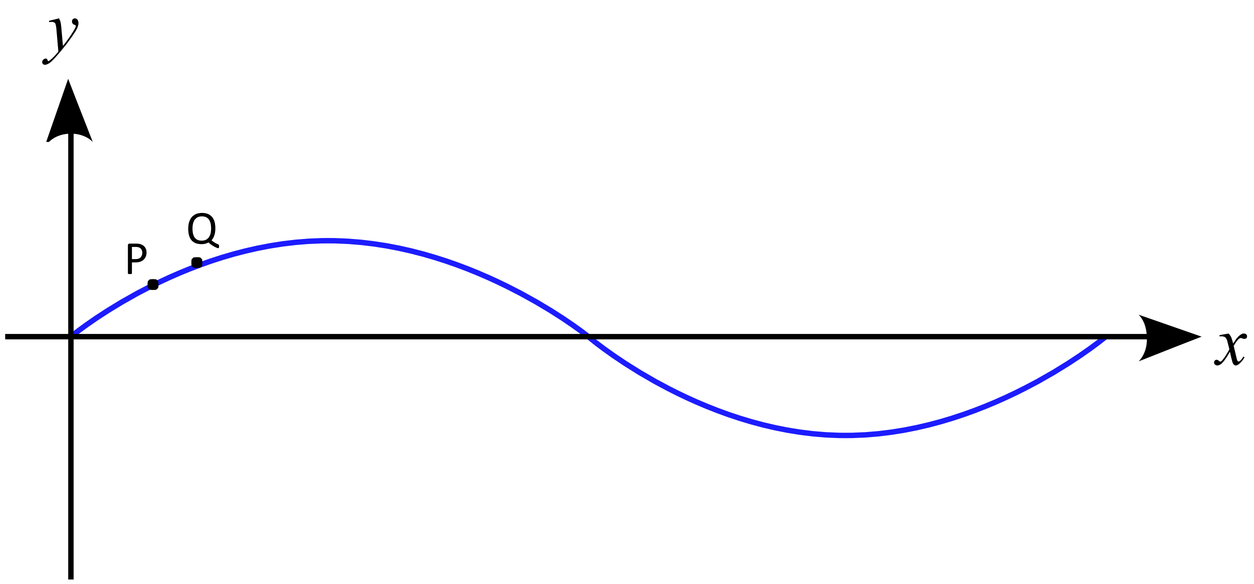
波動方程式

張力 Tで張られた線密度 σ の弦の横波を考える。

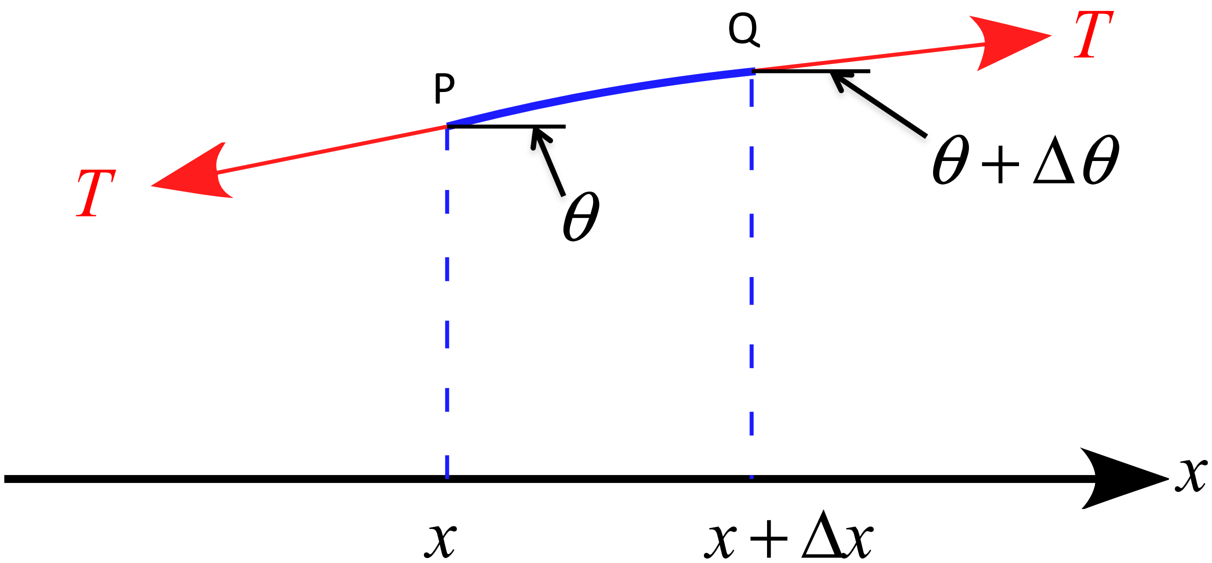
近接する2点PとQの座標を $x,\ x+\Delta x$ とする。

PQ部分における運動方程式から横波の速さを求めるとする。

但し、振幅は波長に比べて十分に小さいとする。



波動方程式



それぞれの軸についてこの部分に作用する力は

$$F_x = T\{\cos(\theta+\Delta\theta)-\cos\theta\}$$

$$F_y = T\{\sin(\theta+\Delta\theta)-\sin\theta\}$$

となる。

波動方程式

振幅が波長に比べて十分に小さいので

$$|\theta| = 1 \quad |\Delta\theta| = 1$$

1次の項までの近似を考えればよい。

$$F_x = T\left\{\cos(\theta+\Delta\theta)-\cos\theta\right\}$$

$$\approx T\left\{1-1\right\}$$

$$= 0$$

$$F_y = T\left\{\sin(\theta+\Delta\theta)-\sin\theta\right\}$$

$$\approx T\left\{\theta+\Delta\theta-\theta\right\}$$

$$= T\Delta\theta$$

となる。

x 成分は打ち消しあうので、F_y のみを考えれば良い。

波動方程式

ここで、$\Delta\theta$ と θ は

$$\Delta\theta = \frac{\partial\theta}{\partial x}\Delta x$$

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$$

と表すことができるので、

$$\Delta\theta = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Delta x = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

となる。

よって、F_y は

$$F_y = T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

波動方程式

であるから、運動方程式は

$$\Delta m = \sigma \Delta x \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

より、

$$(\sigma \Delta x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

となる。

この式は

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\sigma}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

と表すことができる。

ここで $c^2 = \frac{T}{\sigma}$ と書き直すと

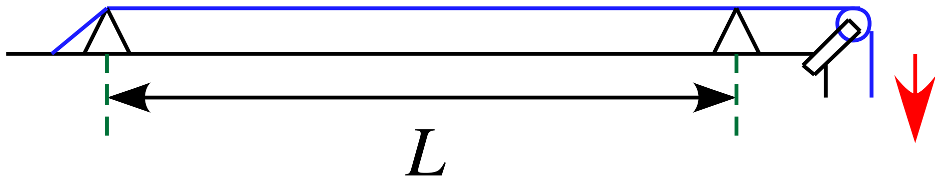
$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

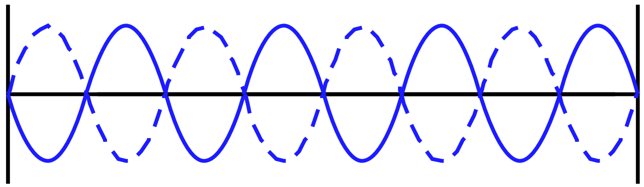
となります。
この式を**波動方程式**と呼びます。

2013 教養の物理 期末テスト

6. 細いピアノ線を図のように弛まないように設置した。

振動数 f で振動させたところ図のような定常波が観測された。



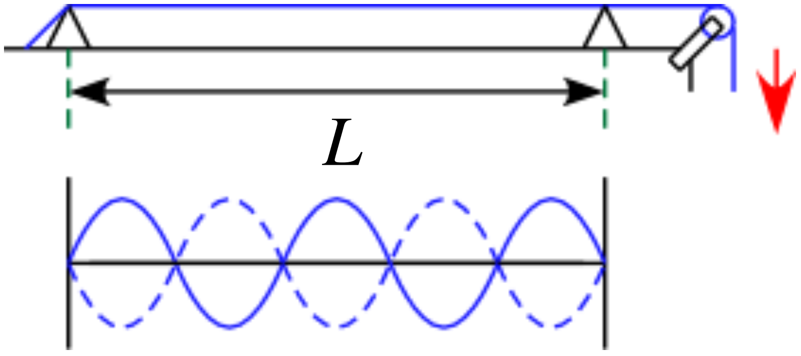


(1) この定常波の波長 λ を L を用いて表せ。

(2) 弦を伝わる波の速さを v とすると、振動数 f を求めよ。

2014教養の物理 期末テスト

6. 細いピアノ線を図のように弛まないように設置した。
振動数 f で振動させたところ図のような定常波が観測された。



(1) この定常波の波長 λ を L を用いて表せ。

(2) 弦を伝わる波の速さを v とすると、振動数 f を求めよ。